ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

3

ANUL VII

IULIE — SEPTEMBRIE 1956

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

COMITETUL DE REDACȚIE

ACADEMICIAN H. HULUBEI; T. TĂNĂSESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; GH. ATANASIU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; T.V. IONESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; D. BALLY; A. GELBERG; M. ONCESCU; V. NOVACU, membru corespondent al Academiei R.P.R. — *redactor responsabil.*

Budapesti Műszaki Egyetem
Központi Könyvtára
2829

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul VII, nr. 3 Iulie-august-septembrie 1956

SUMAR

	Pag.
A.A. SOKOLOV, Teoria electronului luminos	409
VLAD PAUKER, Asupra unei scheme de amplificator de impulsuri cu reacţie negativă	421
I. FELEA şi M. BIRNBAUM, Asupra unui amplificator de bandă largă cu reacţie negativă de tensiune	429
C. EFTIMIU, Corecţii radiative la efectul Compton	457
N. J. IONESCU-PALLAS, Proprietăţile asimptotice ale gazelor reale şi ecuaţia lor de stare	463
NOTE	479
ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ	491
ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ	493
RECENZII	495

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE
INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome VII, n° 3 Juillet-août-septembre 1956

SOMMAIRE

	Page
A.A. SOKOLOV, Théorie de l'électron lumineux	409
VLAD PAUKER, Sur un schéma d'amplificateur d'impulsions à réaction négative	421
I. FELEA et M. BIRNBAUM, Sur un amplificateur de bande large à réaction négative de tension	429
C. EFTIMIU, Radiative Corrections to the Compton Effect	457
N.J. IONESCU-PALLAS, Les propriétés asymptotiques des gaz réels et leur équation d'état	463
NOTES	479
ACTUALITÉS ET DISCUSSIONS DE PHYSIQUE	491
L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE	493
COMPTES RENDUS	495

ÉDITIONS DE L'ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том VII, № 3 Июль – август—сентябрь 1956

СОДЕРЖАНИЕ

	Рис.
А. А. СОКОЛОВ, Теория светового электрона	409
В. ПАУКЕР, Об одной схеме импульсного усилителя с обратной связью	421
И. ФЕЛЯ и М. БИРНБАУМ, Об одном видеоусилителе с отрицательной обратной связью напряжения	429
К. ЕФТИМИУ, Радиационные поправки к эффекту Комптона	457
Н. Ж. ИОНЕСКУ-ПАЛЛАС, Асимптотические свойства реальных газов и их уравнение состояния	463
ЗАМЕТКИ	479
ДИСКУССИИ И ОБСУЖДЕНИЯ	491
В ИНСТИТУТЕ ФИЗИКИ	493
РЕЦЕНЗИИ	495

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 3, 1956

TEORIA ELECTRONULUI LUMINOS *)

DE

A. A. SOKOLOV

Introducere

Construirea unor puternice instalaţii de accelerare este una dintre problemele centrale ale fizicii contemporane.

Protonii rapizi pot servi ca sursă a unui fascicul de mezoni de diferite mase. Studiind difuzia mezonilor şi de asemenea a protonilor rapizi, se pot obţine date experimentale deosebit de necesare, referitoare atît la structura particulelor elementare şi a transformărilor lor reciproce cît şi la forţele nucleare.

Foarte multe probleme, legate de distribuţia sarcinii în interiorul nucleului, pot fi studiate cu ajutorul «radiografiei» nucleului atomic cu electroni rapizi, întrucît asupra electronului acţionează în mod esenţial numai forţele coulombiene din partea nucleului, în timp ce asupra protonului, pe lîngă forţele coulombiene acţionează mai ales la distanţe mici, forţe nucleare. Electronii rapizi căzînd pe o ţintă, pot fi o sursă, nu numai a unui fascicul de mezoni ci şi a unor raze X foarte dure.

Acei savanţi, care vor dispune de instalaţii de accelerare, pentru o mai mare energie, vor avea posibilitatea să pătrundă mai repede şi mai profund tainele structurii particulelor elementare şi a transformărilor lor reciproce.

Noi vrem să limităm comunicarea noastră la considerarea unor probleme, legate de mişcarea circulară a electronilor ultrarapizi, care în primul rînd trebuie să ajute la examinarea particularităţilor mişcării şi radiaţiei particulelor ultrarelativiste.

Este posibil, ca o dată toate aceste probleme să-şi găsească aplicaţiile lor tehnice.

Totuşi, în articolul nostru nu intenţionăm să ne oprim asupra problemelor legate de tehnica construcţiei, sau a funcţionării instalaţiilor acceleratoare mari.

În acceleratorii electronici moderni, de tipul betatronului şi sincrotronului, electronii se mişcă pe o circumferinţă (fig. 1). Aceşti acceleratori sînt instrumente macroscopice întrucît raza traiectoriei este de ordinul cîtorva decimetri, sau chiar metri. Electronii în aceste aparate, de obicei, se mişcă cu energii de cîteva

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 13 martie 1956.

ori mai mari decît energia proprie a electronului. Astfel, de exemplu, după ultimele date publicate, cea mai puternică instalație acceleratoare circulară electronică — care nu utilizează gradient alternativ— este instalația de aproximativ 500 MeV. În această instalație energia electronilor va fi aproximativ de o mie de ori mai mare decît energia proprie a electronului, adică vom

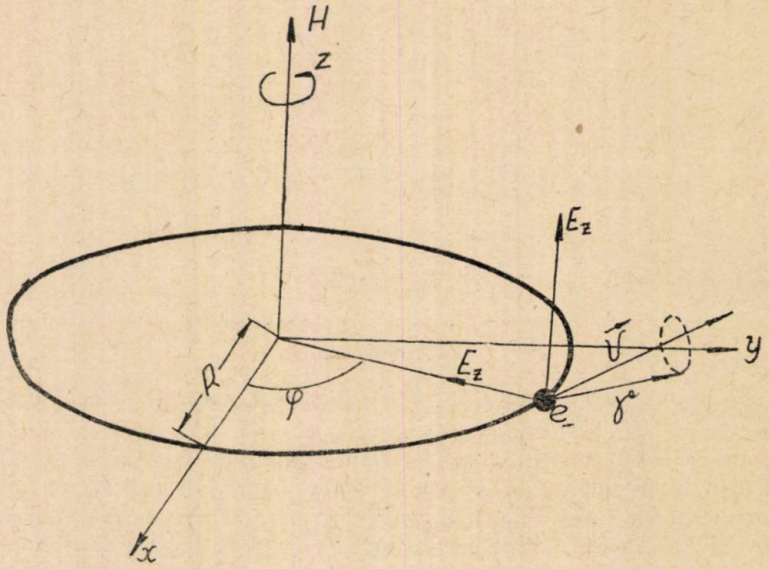


Fig. 1

avea de-a face cu domeniul mișcării ultrarelativiste a electronului, cînd toate calculele trebuie efectuate după legile teoriei relativității restrînse. În felul acesta, teoria relativității devine o disciplină inginerească.

1. Teoria clasică a electronului luminos

Teoreticienii universității din Moscova au studiat un cerc foarte larg de probleme, legate de mișcarea relativistă în timp a particulelor încărcate magnetic.

Astfel, de exemplu, I. P. T e r l e ț k i [1] în 1941, adică înainte de construirea betatronului, a dezvoltat lucrările lui W i d e r o e, studiind amănunțit multe probleme teoretice, legate de stabilitatea mișcării electronului în betatron.

În 1944, D. I. I v a n e n k o și I. J. P o m e r a n c i u k [2] au atras atenția că electronul relativist, mișcîndu-se pe o circumferință cu viteza $v = c\beta \sim c$ trebuie să radieze foarte intens. Astfel, conform legilor teoriei relativității, intensitatea radiației electronului relativist crește proporțional cu puterea a patra a energiei

$$W_{el} = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{\hbar^2} \left(\frac{E}{m_0 c^2} \right)^4 \beta^4, \qquad (1)$$

unde:

W_{el} — intensitatea radiației, adică cantitatea de energie radiată în unitatea de timp de electron calculată după teoria clasică;

e — sarcina electronului;

c — viteza luminii;

R — raza orbitei;

$\frac{E}{m_0 c^2}$ — raportul dintre energia electronului și energia proprie.

S-a găsit că pentru energia

$$E \ll m_0 c^2 \left(\frac{R}{r_0 cT}\right)^{\frac{1}{3}},$$

unde $r_0 = \frac{e^2}{m_0 c^2}$ este raza electronului, iar T — timpul de accelerare, putem neglija radiația. În particular, conform acestor calcule pentru energii de peste 100 MeV radiația devine atît de intensă încît în betatron se pot observa orbite contractate.

Pentru a compensa pierderea de energie prin radiație s-a propus o altă metodă de accelerare a electronilor în instalația ciclică, bazată pe principiul autofazării. Principiul autofazării a fost dezvoltat la timpul său de fizicianul sovietic V. I. Veksler [3] și ceva mai tîrziu de MacMillan în vederea accelerării electronilor în instalațiile ciclice (sincrotronul electronic) în așa fel încît să se compenseze, atît creșterea relativistă a masei, cît și pierderea de energie prin radiație. Metoda autofazării poate fi utilizată de asemenea și pentru accelerarea protonilor (sincrofazotronul).

Prin urmare formula teoretică pentru pierderea de energie prin radiație și-a găsit aplicarea sa practică imediată.

Apoi, I. A. Arțimovici și I. J. Pomeranciuk [4] au studiat distribuția spectrală a intensității radiației electronului relativist. Ei au reușit să determine alura aproximativă a curbei care caracterizează radiația spectrală. Ei au arătat că maximul intensității radiației cade nu pe tonul fundamental ci pe o armonică, care are un ordin înalt.

Apoi, s-a lămurit că G. Schott [5], în 1907, a obținut o formulă care caracterizează distribuția spectrală a radiației unui electron care se rotește pe o circumferință:

$$W = \sum_{\nu=0}^{\infty} W_\nu .$$

Formula lui Schott este

$$W_\nu = \frac{e^2 c \nu\beta}{R^2} [2\beta^2 I'_{2\nu}(2\nu\beta) - (1-\beta^2)] \int_0^{2\nu\beta} I_{2\nu}(x)\, dx, \qquad (2)$$

unde $c\beta$ este viteza electronilor, iar $I_{2\nu}$ funcția Bessel de ordinul 2ν.

În legătură cu aceasta remarcăm că însuși Schott s-a străduit să aplice formula sa unui șir de probleme electrodinamice și în particular s-a străduit să explice regularitățile spectrale ale primelor modele ale atomului. În ceea ce

privește problema radiației electronilor suprarapizi, el n-a studiat-o deoarece în acel timp această problemă nu se punea.

Deoarece cu ajutorul formulei lui Schott, în mod practic, nu este posibil să se construiască curba de variație a intensității radiației de numărul armonicei, fiindcă indicele ν intră și în argumentul și în ordinul funcției Bessel, în

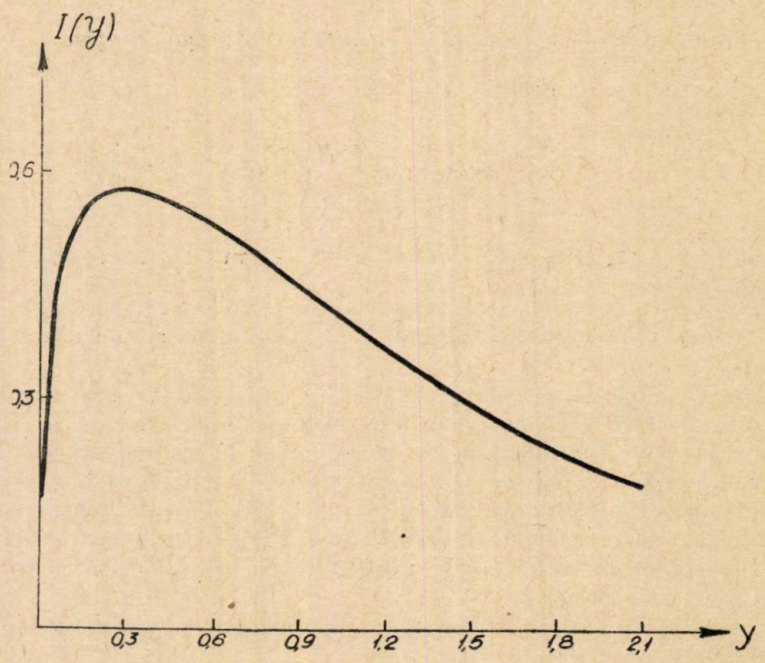


Fig. 2

studiul problemei radiației electronilor suprarapizi au transformat formula lui Schott aducînd-o la forma următoare [6], [7]:

$$dW_\nu = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} W_{el}\, y\, dy \int_y^\infty K_{\frac{5}{3}}(x)\, dn = W_{el}\, dI_\nu \qquad (3)$$

unde $I = \frac{2}{3}\nu\left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^3$, iar $K_{\frac{5}{3}}$ este a doua funcție Bessel de argument imaginar de ordinul $\frac{5}{3}$, cu ajutorul căreia se poate descrie cu suficientă exactitate distribuția spectrală pe întreg intervalul spectral, deoarece termenii pe care-i neglijăm au ordinul de mărime

$$\nu^{-\frac{4}{3}} \sim \left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^4.$$

Variația lui $dI_\nu \cong \frac{dW_\nu}{W_{el}}$ cu y este arătată în figura 2. Această radiație are

un maxim pentru $y \cong \frac{1}{2}$ ceea ce corespunde armonicii următoare ν_m care dă valoarea maximă pentru intensitatea radiației *)

$$\nu_m = \frac{1}{2}\left(\frac{E}{m_0c^2}\right)^3. \tag{4}$$

De curînd formula (3) a fost publicată de asemenea de grupul lui I. Schwinger [8]. În aceste lucrări s-a arătat de asemenea că formula (4) este în acord cu experiența. Este interesant de remarcat unele particularități ale radiației relativiste a electronului. În instalația de accelerare, electronul se mișcă pe o orbită cu raza de cîțiva metri și de aceea, după teoria nerelativistă, cînd maximul radiației ajunge pe tonul fundamental, el ar trebui să radieze o undă cu lungimea de ordinul a cîțiva metri fiindcă $\lambda \sim R$.

În teoria relativistă, după cum am subliniat, maximul radiației ajunge pe armonicile înalte și de aceea lungimea undelor electromagnetice radiate se micșorează într-un raport corespunzător și devine egală cu

$$\lambda \sim R\left(\frac{m_0c^2}{E}\right)^3.$$

Din această cauză, electronul care se rotește pe o circumferință începe să emită radiații de lungime de undă mică, care ajunge pînă în vizibil sau chiar în domeniul razelor X. Din acest motiv acest fenomen se numește fenomenul *electronului luminos*.

Prin urmare a apărut pentru prima oară posibilitatea să se vadă într-un aparat macroscopic electronul fără ca să fie expus acțiunii luminii sau altor forțe microscopice. În legătură cu aceasta este interesant de remarcat că, relativ de curînd, s-a descoperit emisia de radiație de către atom la trecerea electronului între nivelele care-i determină structura sa fină, adică invers un obiect microscopic devine izvor de radiație cu lungime de undă comparabilă cu dimensiunile macroscopice.

A doua particularitate a radiației relativiste este pronunțata sa orientare, fotonul fiind radiat numai în direcția de mișcare a electronului; mai exact, unghiul conului de radiație are ordinul de mărime

$$\Delta\varphi \sim \frac{m_0c^2}{E}.$$

Nu de mult, împreună cu A. N. Matveev și I. M. Ternov [9], am studiat proprietățile de polarizare ale electronului luminos.

Dacă prin W^r și W^z notăm radiațiile în care vectorul cîmpului este îndreptat respectiv de-a lungul axelor. Coordonatele cilindrice r și z, atunci

$$W^r = \frac{7}{8}W_{el} \quad W^z = \frac{1}{8}W_{el}, \tag{5}$$

de unde se vede, că lumina radiată va fi în medie (după unghiuri) parțial liniar polarizată. Ulterior, împreună cu I. M. Ternov, am cercetat mai amănunțit

*) Pentru $E = 100$ MeV numărul armonicii ν atinge ordinul 10^6.

polarizația radiației *electronului luminos* și am stabilit relații între polarizație și unghiul de emisie și de asemenea de numărul armonicii.

Fenomenul electronului luminos poate să aibă mare importanță și pentru cercetarea fenomenului descoperit nu de mult al emisiei radio a soarelui și galaxiei, pentru că există motive să se presupună, că în fiecare caz o oarecare parte a radio-radiației este legată de electronii rapizi, care se mișcă în cîmpul magnetic al soarelui sau galaxiei.

Descoperirea proprietăților de polarizare ale acestei radiații este un puternic argument în favoarea mecanismului indicat, deși nu sînt excluse și alte mecanisme de emisie.

2. Numerele cuantice și invarianții adiabatici

Problema despre influența efectelor cuantice asupra radiației electronului luminos a stîrnit un mare interes în toată literatura mondială și a dus la multe discuții în această problemă.

În prezent s-au făcut cercetări teoretice nu numai a criteriului apariției efectelor cuantice, ci s-au și obținut formule cantitative, care au nevoie de o verificare experimentală.

Situația fundamentală a teoriei electronului luminos, pe care noi am dezvoltat-o în ultimul timp, a fost expusă în cartea noastră *Teoria clasică a cîmpului*. În dezvoltarea teoriei cuantice a electronului luminos au luat parte A. I. Morozov, N. D. Klepikov, I. M. Ternov și A. N. Matveev. Problemele legate de macroatomi au fost prelucrate cu participarea prof. Ivanenko.

Un mare ajutor la discutarea multor probleme ale teoriei cuantice a electronului luminos l-a dat G. M. Strahovski.

Amănuntele calculelor, legate de teoria cuantică a electronului luminos, au fost publicate într-o serie de articole. Noi nu avem posibilitatea de a le reda aici total. Ne mărginim numai la expunerea bazelor teoriei și de asemenea la analiza rezultatelor obținute.

În cazul general, mișcarea electronului într-un cîmp magnetic se descrie cel mai simplu cu ajutorul coordonatelor cilindrice: r, z, φ.

Lagrangeanul în aceste coordonate va fi

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{1}{c^2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2)} - \frac{e}{2_c}\overline{H}r^2\dot{\varphi} \qquad (6)$$

unde $\overline{H}$ este valoarea medie a cîmpului magnetic pe orbită, iar punctul de deasupra înseamnă derivata în raport cu timpul.

Energia totală este legată de cîmpul magnetic prin relația

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{eHR}{\beta}\ ; \qquad (7)$$

derivînd lagrangeanul în raport cu vitezele generalizate, obținem valorile corespunzătoare pentru impulsuri

$$P_\varphi = \frac{e}{c}R^2\left(H - \frac{1}{2}\overline{H}\right),\quad P_r = \frac{E}{c^2}\dot{r}^2,\quad P_z = \frac{E}{c^2}\dot{Z}\ . \qquad (8)$$

Numerele cuantice: azimutal $l=0, \pm 1, \pm 2$, radial $s = 0,1,2,3,...$ și axial $k = 0,1,2,3,...$ caracterizează invarianții adiabatici ai lui Ehrenfest

$$\left.\begin{aligned} \oint P_\varphi \, d\varphi &= hl, \\ \oint P_r \, dz &= hs, \\ \oint P_z \, dz &= hk, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Aceste numere cuantice pot fi obținute de asemenea automat prin rezolvarea ecuației de undă corespunzătoare.

Mișcarea circulară pe așa-numita orbită staționară a betatronului apare cînd toți invarianții adiabatici sînt egali cu zero. Din condiția lui Wideroe $H = \frac{1}{2}\overline{H}$ găsim raza orbitei staționare.

Dacă invarianții adiabatici nu sînt nuli, atunci mișcarea se va produce în vecinătatea așa-numitei orbite staționare instantanee, a cărei rază este egală cu

$$R = R_0 + \frac{chl}{eH\,(R_0)\,(1-q)\,R_0} = \left(\frac{nch\,(2-q)}{eH(R_0)\,(1-q)\,R_0^q}\right)^{\frac{1}{2-q}}, \tag{10}$$

unde

$$n = l + l_0 \text{ iar } l_0 = \frac{eH\,(R_0)\,(1-q)\,R_0^2}{ch\,(2-q)}.$$

Această valoare a lui R dă minimum de energie.

În afară de aceasta, în direcția razei și axei Z trebuie să se producă oscilații radiale și axiale

$$r - R = A \cos \sqrt{1-q}\,\frac{c}{R_0}\,t \tag{11}$$

$$Z = B \cos \sqrt{q}\,\frac{c}{R_0}\,t$$

unde q este indicele scăderii cîmpului magnetic $H = \frac{H_0}{rq}$.

Astfel vom avea oscilații armonice ale lui $r - R$ și Z.

Amplitudinile oscilațiilor radiale și axiale vor fi legate de numerele cuantice, adică de invarianții adiabatici, prin relațiile

$$A^2 = \frac{2\,chs}{eH\,(R_0)\,\sqrt{1-q}}\,;\; B^2 = \frac{2\,chk}{eH\,(R_0)\,\sqrt{q}} \tag{12}$$

Din ultimele formule se vede că la $0 < q < 1$ mișcarea va fi stabilă cu atît mai mult, cu cît la creșterea cîmpului magnetic amplitudinea oscilațiilor radiale și axiale se vor amortiza invers proporțional cu mărimea $\sqrt{H}$, iar raza orbitei staționare instantanee va tinde către raza orbitei de echilibru R_0. Formulele (12) au fost verificate experimental la sincrotronul din Cornell.

3. Teoria cuantică a electronului luminos

Formulele date mai sus descriu bine mișcarea electronului, cînd neglijăm radiația.

La examinarea problemei în cazul clasic se schimbă numai numărul cuantic $n = l + l_0$ care începînd să se micșoreze dă scurtarea razei. Se poate arăta că, în cazul clasic, numerele cuantice s și k rămîn neschimbate chiar în prezența radiației.

Formula pentru intensitatea radiației electronului, luînd în considerare efectele cuantice a fost obținută în colaborare cu N. P. Klepikov și I. M. Ternov [10].

$$W_c = W_{el}\left(1 - \frac{5\sqrt{3}}{6}\frac{\hbar}{m_0 cR}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^2\right), \tag{13}$$

Această formulă a fost apoi obținută de asemenea în lucrarea lui Schwinger [11] pentru particule fără spin.

Recent, am arătat împreună cu A. N. Matveev și I. M. Ternov [9] că considerarea spinului electronului poate să manifeste o influență numai asupra termenilor de ordinul doi de micime ($\sim \hbar^2$), de aceea nu este de mirare că Schwinger, calculînd intensitatea radiației pentru electronul fără spin în prima aproximație, a obținut o formulă găsită cu ajutorul ecuației lui Dirac.

Din formula (13) se vede că corecțiile cuantice pentru intensitatea radiației devin apreciabile numai în domeniul energiilor foarte mari:

$$E \sim m_0 c^2 \left(\frac{m_0 cR}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} = E_{\frac{1}{2}} \tag{14}$$

de ordinul cîtorva sute de BeV. În legătură cu aceasta unii autori au ajuns în general la concluzia că, la $E < E_{\frac{1}{2}}$ putem să nu luăm de loc în considerare corecțiile cuantice. Însă, în primele lucrări asupra teoriei cuantice a electronului luminos, noi am ajuns la concluzia că aceasta este departe de a fi astfel [7], [12].

Corecțiile cuantice pot exercita o influență asupra oscilațiilor radiale și axiale la energii mult mai mici.

În particular, o influență asupra amplitudinii oscilațiilor radiale poate exercita o schimbare bruscă a razei, adică a centrului oscilațiilor radiale cînd se atribuie caracter cuantic radiației. Cu această ocazie raza se schimbă cu mărimea

$$\Delta R \sim \frac{\Delta E}{E} R,$$

unde $\Delta E = \hbar\nu \frac{c}{R} \sim \frac{\hbar c}{R}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^3$ este energia cuantei emise.

După cum se vede din formula cuantică, pătratul amplitudinii oscilațiilor radiale va avea valoarea minimă cînd numărul cuantic s se micșorează cu o unitate. În acest caz

$$\Delta (A)^2 \sim \frac{c\hbar}{eH} \sim \frac{c\hbar R}{E}.$$

Dacă $(\Delta R)^2 < \Delta(A)^2$ atunci fluctuațiile razei datorită radiației nu vor fi în stare să schimbe amplitudinea oscilațiilor radiale.

Din contră, la $(\Delta R)^2 > \Delta(A)^2$ radiația trebuie să atragă după sine excitarea oscilațiilor radiale.

Relația (14) constituie totodată condiția pentru care fluctuațiile cuantice ale razei prin radiație conduc la creșterea amplitudinii oscilațiilor radiale.

În acest mod, criteriul de apariție a corecțiilor cuantice se reduce de la cîteva sute de BeV la cîteva sute de MeV sau pînă la un BeV.

O formulă calitativă, care caracterizează creșterea cuantică a amplitudinii, poate fi găsită cu ajutorul următoarelor considerații simple:

Creșterea pătratului amplitudinii oscilațiilor radiale în decursul timpului T, datorită fluctuațiilor cuantice ale razei este egală cu:

$$A_c^2 \sim (\Delta R)^2 \frac{W_{cl}}{\Delta E} T \sim \frac{R^2 \Delta E}{E^2} W_{cl} T,$$

unde $\frac{W}{\Delta E}$ este probabilitatea de emisie în unitatea de timp.

Substituind aici $\Delta E \sim \frac{\hbar c}{R}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^3$, iar $W \sim \frac{e^2 c}{R}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^4$

găsim

$$A_c^2 \sim \frac{e^2}{m_0 c} \frac{\hbar}{m_0 c R}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^5 T.$$

Calcule mai precise, efectuate cu ajutorul teoriei cuantice în colaborare cu I. M. Ternov [13], [14], duc la următoarea formulă, care caracterizează atît contracția clasică, cît și amplitudinile cuantice lărgite ale oscilațiilor radiale:

$$A^2 = A_0 \frac{E(0)}{E(t)} + \frac{55}{24\sqrt{3}} \frac{e^2 \hbar^2 R}{m_0 E (1-q)^2} \int_0^t \left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^6 \frac{dt}{R^2}. \tag{15}$$

În ceea ce privește oscilațiile axiale, ele se datoresc reculului cuantic al impulsului la emisie.

Se poate arăta printr-un procedeu analog, că lărgirea cuantică a oscilațiilor axiale începe să se producă la energii

$$E > m_0 c^2 \left(\frac{m_0 c R}{\hbar}\right)^{\frac{1}{3}} = E_{\frac{1}{3}}.$$

Calculele, făcute împreună cu I. M. Ternov, au dus la următoarea formulă pentru oscilațiile axiale, cu considerarea efectelor cuantice

$$B^2 = B_0^2 \frac{E(0)}{E(t)} + \frac{13}{24\sqrt{3}} \frac{e^2 \hbar R}{q m_0 E} \int_0^t \left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^4 \frac{1}{R^2} dt \tag{16}$$

4. Influența efectelor cuantice asupra oscilațiilor radial-fazice în sincrotron

Influența efectelor cuantice asupra oscilațiilor radiale ale betatronului, pe care am considerat-o, trebuie să se manifeste în orice dispozitive electronice ciclice, adică atît în betatron cît și în sincrotron.

Pe lîngă oscilațiile betatronice radiale, în sincrotron apar însă și oscilații mai lente, numite oscilații radial-fazice.

În sincrotron tensiunea acceleratoare pe fantă este egală cu $eV \sin \varphi$. În cazul ideal, electronul trebuie să treacă prin fantă în momentul cînd $\varphi = \varphi_s$ Acest lucru este posibil atunci cînd electronul are una și aceeași perioadă de rotație egală cu

$$T_s = \frac{2\pi Rs}{c}.$$

Orice variație a razei atrage după sine o variație a perioadei de oscilație T și a fazei φ_s a trecerii electronului prin fante acceleratoare.

Deviația unghiului $\psi = \varphi - \varphi_s$ de la valoarea staționară, duce la apariția oscilațiilor radial-fazice care sînt amortizate. Datorită acestui fapt în integrala din expresia (15) apare un factor $e^{-\gamma t}$ unde durata de amortizare a oscilațiilor radial-fazice este egală cu

$$\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{1-q}{3-4q} \frac{E}{W_{el}}. \tag{17}$$

Dacă admitem că în intervalul de timp τ energia din integrala (15) rămîne constantă, atunci variația suplimentară a razei datorită oscilațiilor radial-fazice, cu considerarea caracterului cuantic al radiației, va fi de asemenea caracterizată de partea cuantică a formulei (15), în care în locul duratei acceleraţiei complete trebuie introdusă durata de amortizare τ a oscilațiilor radial-fazice, mult mai mică decît cea dintîi.

Avem atunci

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta A_c}{R}\right) = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{1}{(1-q)(3-4q)} \frac{\hbar}{m_0 cR}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^2. \tag{18}$$

Ultima formulă valabilă pentru oscilațiile radial-fazice a fost obținută pe o cale directă de către M. Sands [15].

Deși mecanismul excitării ambelor tipuri de oscilații este același, totuși, datorită amortizării puternice, oscilațiile radial-fazice vor fi mult mai slabe decît cele radial libere (betatronice).

Lărgirea traiectoriei constituie un efect tipic cuantic, deoarece această mărire este proporțională cu constanta lui Planck $\hbar$.

Această expresie poate fi totuși obținută și printr-un procedeu semiclasic. Pentru aceasta, trebuie să se țină seama în ecuațiile clasice, care descriu oscilațiile radiale ale electronului, și de forța de fluctuație, care acționează pe direcția radială. Oscilațiile radiale vor fi atunci descrise de ecuația:

$$\frac{E}{c^2}\ddot{\rho} + \frac{E}{r^2}(1-q)\rho = \frac{E}{c^2}\Delta r \delta'(t - t_i)$$

unde ρ este deviația radială a electronului de la orbita staționară, iar E/c^2 masa relativistă a electronului.

Am arătat, împreună cu A. N. Matveev, că pentru aceste oscilații, așa-zis betatronice, se poate neglija forța de frecare radiativă deoarece durata de amortizare are o valoare foarte mare

$$\tau = \frac{3r^2}{2r_0 c\,(1-q)}\,\frac{m_0 c^2}{E},$$

unde $r_0 = \dfrac{c^2}{m_0 c^2}$ este raza electronului.

Determinînd, prin împărțirea cu operatorul, coordonata ρ, și presupunînd că emisia fotonilor se face statistic independent, se găsește formula cuantică. În identitatea rezultatelor la care duc cele două metode sîntem înclinați să vedem legătura dintre teoria cuantică și teoria fluctuațiilor, la baza cărora stau procese statistic independente.

Electronul care execută aceste oscilații radiale, reprezintă un fel de *macroatom*, deoarece amplitudinea oscilațiilor radiale atinge dimensiuni macroscopice, dar legile oscilației rămîn cuantice.

ТЕОРИЯ СВЕТОВОГО ЭЛЕКТРОНА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе исследуется ускорение электронов на круговых траекториях до сверхрелятивистских скоростей и кратко излагается ряд новых результатов, полученных московскими физиками теоретиками (Терлецким, Иваненко, Померанчуком, Матвеевым и другими).

Исследуются, с одной стороны, вопросы, связанные с потерей энергии вследствие излучения, релятивистский эффект, спектральное распределение интенсивности излучения электрона и поляризация этого излучения, а также вопрос, касающийся возникновения квантовых эффектов при радиальных, аксиальных и радиально-фазовых колебаниях; с другой стороны, исследуется устойчивость траектории, связанной с вышеупомянутыми колебаниями, а также роль квантовых эффектов в распределении интенсивности (только при очень больших энергиях).

Вопрос квантовых эффектов исследовался при помощи метода адиабатических инвариантов Эренфеста. Так как амплитуда радиальных колебаний имеет макроскопические размеры, а законы колебания остаются квантовыми, ускоренный электрон, движущийся в магнитном поле, уподобляется «макроатому».

THÉORIE DE L'ÉLECTRON LUMINEUX

(RÉSUMÉ)

Dans ce travail, l'auteur étudie l'accélération des électrons sur des trajectoires circulaires jusqu'à des vitesses ultra-relativistes, résumant une série de résultats nouveaux obtenus par les physiciens théoriciens de Moscou (Terletzky, Ivanenko, Pomerantchouk, Matvéev, etc.).

On étudie, d'une part, les problèmes qui ont trait aux pertes d'énergie par radiation, l'effet relativiste, la distribution spectrale de l'intensité de la radiation de l'électron et sa polarisation, ainsi que la question de l'apparition des effets quantiques dans le cas des oscillations radiales, axiales et radial-phasiques; d'autre part, on analyse la stabilité de la trajectoire en rapport avec les oscillations mentionnées ci-dessus et le rôle des effets quantiques sur la distribution de l'intensité (pour les très grandes énergies seulement).

On a abordé le problème des effets quantiques par la méthode des invariants adiabatiques d'Ehrenfest. Vu que l'amplitude des oscillations radiales a des dimensions macroscopiques et que les lois d'oscillation sont toujours les lois quantiques, l'électron accéléré, qui se meut en champ magnétique, est assimilé à un « macroatome ».

BIBLIOGRAFIE

1. I. P. Terleţki, J. E. T. F., 1941, nr. 11, p. 96.
2. D. I. Ivanenko i I. J. Pomeranciuk, DAN, 1946, nr. 44, p. 343.
3. V. I. Veksler, Journ. of Phys. U. S. S. R., 1945, nr. 9, 153.
4. I. A. Arţimovici a. I. J. Pomeranciuk, Journ. of Phys. U. S. S. R., 1945, nr. 9, p. 267.
5. G. Schott, An. d. Phys., 1907, nr. 24, p. 641; Phyl. Mag., 1907, nr. 13, p. 189. *Electromagnetic Radiation*. Cambridge, 1912.
6. D. I. Ivanenko i A. A. Sokolov, DAN, 1948, nr. 59, p. 1551; Vestnik M. G. U., 1947, nr. 8, p. 103.
7. — *Teoria clasică a cîmpului*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1956.
8. J. Schwinger, Phys. Rev., 1949, nr. 75, p. 1912.
9. A. A. Sokolov, A. N. Matveev i I. M. Ternov, DAN, 1955, nr. 102.
10. A. A. Sokolov, N. P. Klepikov i I. M. Ternov, J. E. T. F., 1953, nr. 24, p. 249; DAN, 1953, nr. 89, p. 665.
11. J. Schwinger, Proc. Nat. Ac. Sci., 1954, nr. 40, p. 132.
12. A. A. Sokolov, DAN, 1949, nr. 67, p. 1013.
13. A. A. Sokolov i I. M. Ternov, DAN, 1954, nr. 97, p. 823; J. E. T. F., 1955, nr. 28, p. 431.
14. — DAN, 1953, nr. 92, p. 537; J. E. T. F., 1953, nr. 25, p. 698.
15. M. Sands, Phys. Rev., 1955, nr. 97, p. 470.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 3, 1956

ASUPRA UNEI SCHEME DE AMPLIFICATOR DE IMPULSURI CU REACŢIE NEGATIVĂ *)

DE

VLAD PAUKER

În tehnica amplificării impulsurilor, schema de amplificare cu două tuburi, cu reacţie negativă din placa celui de-al doilea în catoda primului, a căpătat o răspîndire largă. De multe ori amplificatorul este urmat de un repetor catodic şi în acest caz, reacţia se aplică din catoda lui în catoda primului tub (figura 1).

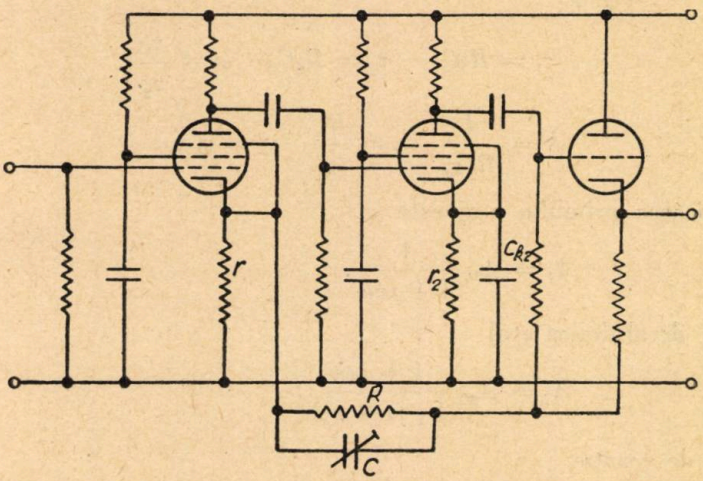


Fig. 1

Ţinînd seama de importanţa ce o are această schemă se acordă o mare atenţie analizei şi perfecţionării ei.

În cele ce urmează ne propunem să analizăm două modificări ale acestui montaj.

1. În cazul cînd montajul din figura 1 este folosit ca amplificator final de impulsuri, adesea i se cer la ieşire tensiuni mari şi curenţi importanţi, ceea ce conduce la folosirea în etajul al doilea a unor tuburi de putere şi a unor rezistenţe de disipaţie mare. Asemenea rezistenţe sînt de obicei bobinate şi posedă o

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 6 februarie 1956.

inductanță proprie relativ importantă, constanta de timp fiind de ordinul $10^{-8} - 30\ 10^{-8}$ secunde [1].

Această inductanță modifică forma caracteristicii de frecvență a amplificatorului la frecvențe înalte, cauzînd apariția unei cocoașe sau îngustînd banda de amplificare.

Aceste inconveniente pot fi însă înlăturate printr-o dimensionare corespunzătoare a montajului.

Vom analiza funcționarea schemei pentru a stabili condițiile optime de lucru.

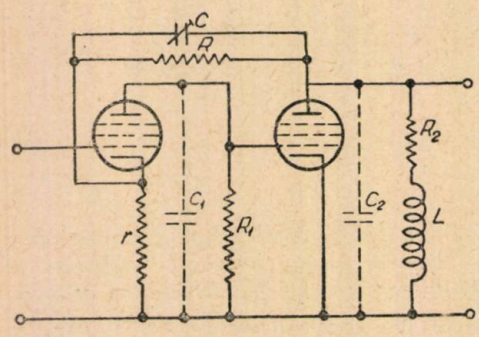


Fig. 2

Referindu-ne la figura 2 în care este reprezentată schema simplificată a montajului, vom introduce următoarele notații:

$$A_{01} = \frac{S_1 R_1}{1 + S_{k1} r}$$

$$A_{02} = S_2 R_2 \qquad A_0 = A_{01} A_{02}$$

$$\beta_0 = \frac{\mu_1 + 1}{\mu_1} \cdot \frac{r}{r + R}$$

$$F = 1 + A_0 \beta_0 \qquad A_0' = \frac{A_0}{F}$$

$$\tau_1 = R_1 C_1 \qquad \tau_2 = R_2 C_2 \qquad a = \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

$$k = \frac{L}{R_2 \tau_2} \qquad \alpha = \frac{RC}{\tau_2} \qquad x = \omega \tau_2 .$$

Amplificarea primului etaj este

$$A_1 = A_{01} \frac{1}{1 + jxa},$$

iar al celui de al doilea etaj

$$A_2 = A_{02} \frac{1 + jxk}{1 + jx - x^2 k};$$

coeficientul de reacție

$$\beta = \frac{\mu_1 + 1}{\mu_1} \frac{r}{r + \dfrac{R}{1 + jx\alpha}} = \beta_0 \frac{1 + jx\alpha}{1 + jx\alpha\beta_0} \approx \beta_0 (1 + jx\alpha) \qquad (\beta_0 \ll 1)$$

și pentru amplificarea totală cu reacție se obține

$$A' = \frac{A}{1 + A\beta} = A_0' \frac{1 + jxk}{1 + jx \dfrac{a + \gamma + k(F-1)}{F} - x^2 \dfrac{a + k\gamma}{F} - jx^3 \dfrac{ka}{F}}, \qquad (1)$$

unde s-a notat

$$\gamma = 1 + \alpha (F - 1) .$$

Rezultă

$$\left|\frac{A'}{A_0'}\right|^2 = \frac{1 + x^2k^2}{1+x^2\dfrac{(a-k+kF)^2+\gamma^2+2\gamma(a-k)-2Fa}{F^2} + x^4\dfrac{a^2+k^2\gamma^2-2ka(a-k+kF)}{F} + x^6\dfrac{k^2a^2}{F^2}}. \quad (2)$$

Urmează să studiem caracteristica de frecvență a schemei la diferite valori ale parametrilor a, k și F.

Dar, o dată cu variația parametrilor a și F, variază amplificarea la frecvențe medii. Pentru a putea aprecia performanțele montajului vom păstra A_0' constant, modificînd în acest scop valoarea rezistențelor de sarcină

$$A_0' = \frac{S_1S_2}{1+S_{k1}r}\cdot\frac{R_1R_2}{F} = \frac{S_1S_2}{1+S_{k1}r}\cdot\frac{C_2}{C_1}\cdot\frac{a}{F}\cdot R_2^2$$

și

$$x^2 = \omega^2 C_2^2 R_2^2 = \omega^2 A_0'\frac{1+S_{k1}r}{S_1S_2} C_1C_2\frac{F}{a} = \omega^2\tau_1\tau_2\frac{F}{a} = y\frac{F}{a},$$

$y = \omega^2\tau_1\tau_2$ fiind pătratul pulsației normalizate.

Înlocuind expresia lui x^2 în (2) obținem

$$\left|\frac{A'}{A_0'}\right|^2 = \frac{1 + y\dfrac{Fk^2}{a}}{1+y\cdot A+y^2B+y^3\dfrac{Fk^2}{a}} \quad (3)$$

unde am notat

$$A = \frac{(a-k+kF)^2 + 2\gamma(a-k) + \gamma^2 - 2Fa}{Fa}, \quad (4)$$

$$B = \frac{a^2 + k^2\gamma^2 - 2ka(a-k+kF)}{a^2}. \quad (5)$$

Pentru a obține o caracteristică de frecvență monotonă, este necesar ca coeficienții fiecărui termen al polinomului de la numitorul expresiei (3) să nu fie mai mici decît coeficienții corespunzători de pe lîngă variabila de aceeași putere de la numărător, adică:

$$A \geqslant F\frac{k^2}{a} \qquad B \geqslant 0. \quad (6)$$

Lărgimea de bandă este maximă atunci cînd ambele condiții sînt satisfăcute la limită.

În acest caz vom obține

$$\gamma_m = \frac{(a-d)\sqrt{ad} - ad}{kd}, \quad d = k(a-k) \quad (7)$$

$$F_m = \frac{\gamma_m^2}{2a} + \frac{a}{2k^2} + 1 - \frac{a}{k}, \quad (8)$$

$$\alpha_m = \frac{\gamma_m - 1}{F_m - 1}. \quad (9)$$

Trebuie, desigur, satisfăcute condițiile $F_m \geqslant 1$ și $\alpha_m \geqslant 0$ adică $\gamma_m \geqslant 1$.

Cu indicele m s-au marcat valorile particulare ale parametrilor, dați de (7,) (8) și (9), corespunzînd lărgimii maxime a benzii.

În figura 3 sînt reprezentate curbele ce indică variațiile lui F_m și α_m în funcție de k, pentru cîteva valori particulare ale lui a.

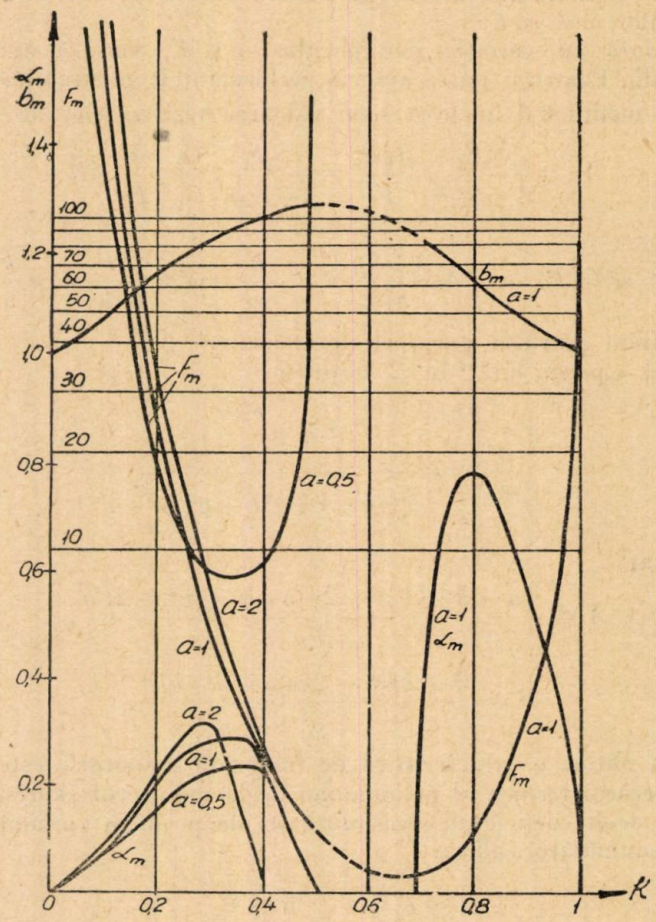


Fig. 3

Se observă că în afară de o bandă îngustă a valorilor parametrului k, F_m este ori inacceptabil de mare ($F_m > 100$), ori inacceptabil de mic ($F_m < 10$).

Prin urmare, în general, valoarea reacției va diferi de cea optimă din punctul de vedere al benzii, și vom fi nevoiți să satisfacem la limită numai una din condițiile (6).

Dacă $F < F_m$, vom pune $A = \dfrac{Fk^2}{a}$ rezultînd $B > 0$ și

$$\gamma = k - a + \sqrt{2F\,(a + k^2 - ak)}\,. \tag{10}$$

Dacă $F > F_m$, vom pune $B = 0$, rezultînd $A > \frac{Fk^2}{a}$ și

$$\gamma = \sqrt{2a(F-1) + \frac{2a^2}{k} - \frac{a^2}{k^2}}. \tag{11}$$

Se observă că pentru $k = 0$ și $k = a$, $B = 1$ și (3) devine:

$$\left|\frac{A'}{A'_0}\right|^2 = \frac{1}{1+y^2}.$$

Dacă notăm $b = \sqrt{y_0}$, pulsația normalizată pentru care modulul amplificării scade cu 3 *db*, pentru aceste valori ale lui k, rezultă $b = 1$.

În figura 3 este reprezentată valoarea benzii b_m corespunzătoare lui F_m pentru $a = 1$.

În figura 4 sînt date graficele pentru $b = b(k)$ și $\alpha = \alpha(k)$ la cîteva valori ale lui a pentru $F = 20$.

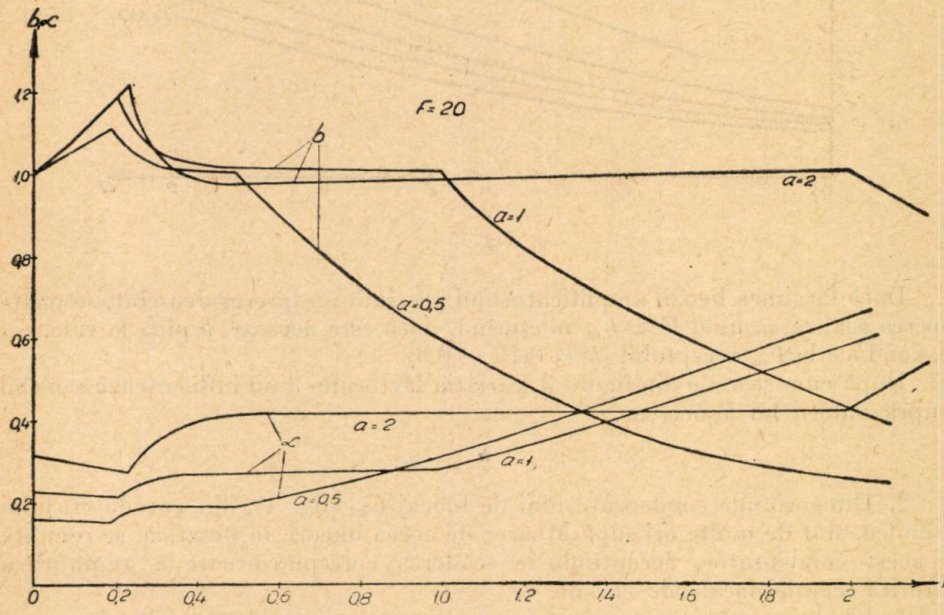


Fig. 4

Se observă că la valoarea lui k pentru care $F_m = 20$, lărgimea de bandă este maximă, iar pentru $k > a$ ea scade repede. În ceea ce privește α, valoarea lui într-o bandă destul de largă a valorilor lui k, rămîne aproximativ constantă și egală cu cea la $k = a$.

Pentru $a = k$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2Fa} - 1}{F - 1}. \tag{12}$$

În figura 5 sînt reprezentate graficele trasate pe baza expresiei (12).

În concluzie, pot fi făcute următoarele recomandări pentru proiectarea montajului.

Pentru a evita îngustarea benzii amplificatorului, raportul constantelor de timp a trebuie să fie mai mare decît factorul k.

Dacă a nu poate fi făcut suficient de mare, trebuie micșorat k. Pentru aceasta se poate folosi, fie metoda propusă de Seyler [1], care constă în punerea în paralel cu rezistența bobinată a unei rețele formate dintr-o rezistență chimică în serie cu o capacitate, fie metoda dată de ing. R. Stere, care constă în așezarea unui număr de spire în scurt circuit pe corpul rezistenței bobinate.

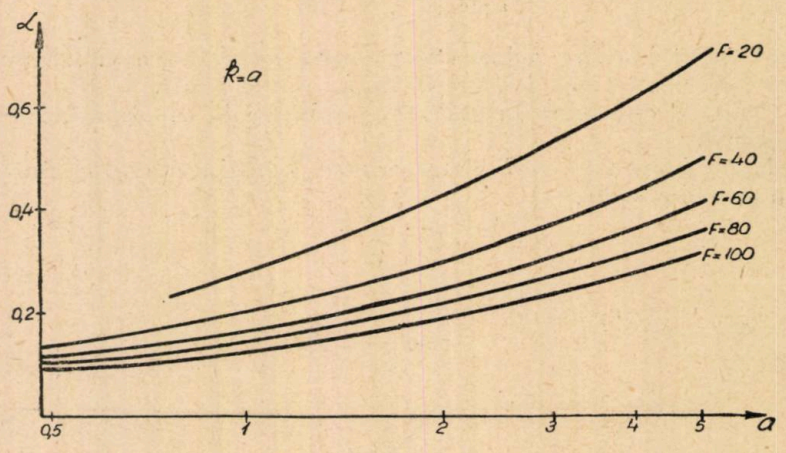


Fig. 5

Dacă lărgimea benzii amplificatorului prezintă un interes deosebit, se poate încerca realizarea unui $F \approx F_m$ micșorînd, dacă este necesar, k pînă la valoarea ce conduce la F_m acceptabil ($k = 0{,}15 - 0{,}3$).

După cum se vede din figura 3, variația factorului a nu influențează sensibil asupra valorii lui k necesar.

★

2. Dimensiunile condensatorului de blocaj C_{k2} (fig. 1), din catoda etajului al doilea, sînt de multe ori supărătoare; de aceea uneori, în practică, se renunță la acest condensator, acceptîndu-se scăderea corespunzătoare a amplificării datorită reacției locale de curent.

Acest din urmă inconvenient poate fi ușor evitat dacă în locul reacției active de curent se folosește una complexă, care se obține prin șuntarea rezistenței r_2 cu un condensator potrivit ales [2] (figura 6).

Într-adevăr considerînd amplificarea etajului al doilea vom obține

$$\left(\text{notînd } \delta = \frac{r_2 C_k}{\tau_2} \text{ și } \varphi = 1 + S_{k2} r_2\right)$$

$$A_2 = \frac{S_2 R_2}{\left(1 + \dfrac{S_{k2}\tau_2}{1 + j\omega\,\tau_2\,\delta}\right)(1 + j\omega\,\tau_2)} = \frac{S_2 R_2}{\varphi} \cdot \frac{1 + j\omega\,\tau_2\,\delta}{\left(1 + j\omega\,\dfrac{\tau_2}{\varphi}\,\delta\right)(1 + j\omega\,\tau_2)}.$$

Punînd $\delta = 1$, rezultă

$$A_2 = S_2 \frac{R_2}{\varphi} \frac{1}{1 + j\omega C_2 \frac{R_2}{\varphi}}.$$

Prin urmare efectul reacției negative de curent, astfel realizate, este identic cu cel ce s-ar obține prin scăderea rezistenței de sarcină de φ ori. Deci, mărind această rezistență de φ ori ($R_2' = \varphi R_2$) vom căpăta un amplificator cu o caracteristică de frecvență în bandă și la frecvențele înalte, ce nu se deosebește cu nimic de caracteristica de transfer a amplificatorului cu rezistență de autonegativare decuplată.

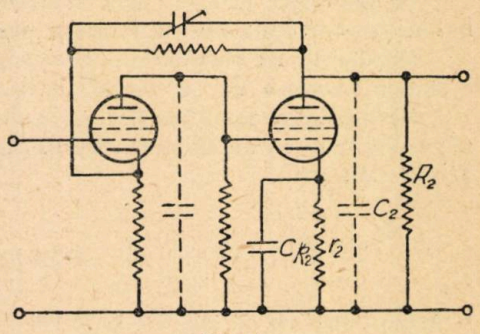


Fig. 6

Valoarea condensatorului C_k rezultă de ordinul sutelor de picofarazi și el nu este de loc supărător în montaj.

Pe lîngă faptul că se evită folosirea unui condensator scump se obține și o îmbunătățire a răspunsului la frecvențe joase (impedanța catodică rămînînd constantă pînă la $f = 0$) realizîndu-se totodată o reacție negativă de curent cu toate avantajele acestuia.

Pentru o altă valoare a factorului δ, diferită de 1 și dependentă de raportul constantelor de timp a celor două etaje, de factorul de reacție de tensiune, de factorul de reacție de curent în etajul al doilea și de constanta de timp a circuitului de reacție de tensiune, se poate obține o ușoară lărgire a benzii amplificatorului. Cîștigul este însă neînsemnat și nu justifică calculul factorului δ corespunzător. Cel mult, se poate recomanda alegerea valorii capacității C_k ceva mai mare ca cea rezultată din condiția $\delta = 1$, urmînd ca valoarea exactă a capacității să fie stabilită experimental.

ОБ ОДНОЙ СХЕМЕ ИМПУЛЬСНОГО УСИЛИТЕЛЯ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе рассматриваются два видоизменения известной схемы двухкаскадного импульсного усилителя с обратной связью с анода на катод.

Первое обусловлено употреблением во втором каскаде проволочных анодных сопротивлений, обладающих собственными индуктивностями.

В этом случае устанавливаются необходимые соотношения элементов схемы во избежание горба частотной характеристики усилителя и сужения полосы пропускания.

Второе изменение состоит в введении во втором каскаде реактивной обратной связи по току, что приводит к значительному увеличению усиления.

SUR UN SCHÉMA D'AMPLIFICATEUR D'IMPULSIONS À RÉACTION NÉGATIVE

(RÉSUMÉ)

Dans cet article, on analyse deux modifications du montage connu d'un amplificateur d'impulsions à deux étages, à contre-réaction portée de l'anode à la cathode.

La première modification est déterminée par l'utilisation des résistances bobinées possédant des inductances propres.

On établit les corrélations nécessaires entre les éléments du montage, pour éviter la « bosse » de sa caractéristique de fréquence, aux hautes fréquences.

La seconde modification consiste en l'utilisation d'une contre-réaction négative de courant, dans le second étage, ce qui permet l'accroissement considérable du gain.

BIBLIOGRAFIE

1. A. J. Seyler, *On the Use of Commercial Wide-wound Resistors in High Level Video Amplifiers*. Proc. of I. R. E., Australia, 1954, nr. 9, p. 219.
2. Al. Berioskin, *Cathod-compensated Video Amplification*. Electronics, 1949, nr. 6.

STUDII ȘI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 3, 1956

ASUPRA UNUI AMPLIFICATOR DE BANDĂ LARGĂ CU REACȚIE NEGATIVĂ DE TENSIUNE *)

DE

I. FELEA și M. BIRNBAUM

1. INTRODUCERE

În ultimii ani în instalațiile cele mai felurite se întrebuințează în mod curent amplificatorii de bandă largă. Printre schemele care cunosc o bogată utilizare se numără și cea reprezentată în figura 1 [1], [2].

Spre deosebire de schema obișnuită, în care tensiunea de reacție negativă se aduce direct de pe placa celui de-al doilea tub pe catoda primului tub, în schema din figura 1 se introduce în plus, între amplificatorul propriu-zis și circuitul de reacție, un tub T_3 cu funcție de repetor catodic. Dezavantajul acestei complicări a schemei obișnuite este compensat de posibilitatea realizării reacției negative de tensiune printr-un circuit de curent continuu, eliminînd astfel necesitatea folosirii unui condensator de blocaj care, datorită marii lui capacități parazite față de masă, are o influență supărătoare asupra răspunsului amplificatorului la înaltă frecvență.

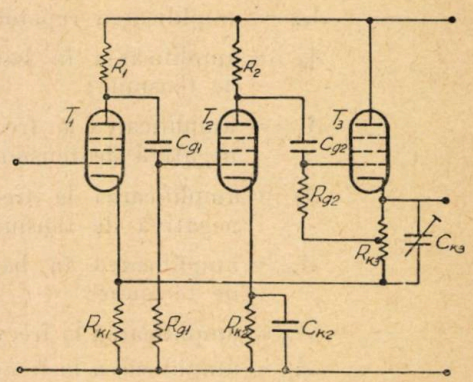


Fig. 1

În plus, printr-o alegere convenabilă a regimului de funcționare în curent continuu a tubului T_3, acesta poate fi cuplat direct cu etajul anterior, fapt care, asociat cu capacitatea mică de intrare în repetor, permite mărirea rezistenței de placă și deci a amplificării tubului T_2.

În sfîrșit, întrucît circuitul menționat se folosește în special în amplificatorii de mare sensibilitate, în care de cele mai multe ori se impune separarea întregului în două unități [1], repetorul catodic îndeplinește și rolul de etaj de separare între preamplificator și amplificatorul propriu-zis.

Deși circuitul din figura 1 cunoaște o largă răspîndire în practica amplificatorilor de bandă largă, totuși în literatura de specialitate apărută pînă în

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 12 februarie 1956.

prezent, nu există o analiză completă a funcționării lui. În articolul de față ne propunem, pe de o parte, să facem acest lucru, iar pe de altă parte să studiem o serie de modificări susceptibile să îmbunătățească răspunsul circuitului în domeniul frecvențelor înalte.

Pentru simplificarea urmăririi textului și a confruntării lui cu apendicele, dăm mai jos notațiile folosite:

S, R_i, μ = parametrii tuburilor, indicii 1, 2, 3, referindu-se la T_1, T_2, T_3;

$S_k \cong S\left(1+\frac{I_c}{I_a}\right)$ = panta catodică;

A_{10} = amplificarea în bandă a primului etaj fără reacție negativă de curent;

$A'_{10} = \frac{S_1 R_1}{1+S_{k1}R_{k1}}$ = amplificarea în bandă a primului etaj cu reacție negativă de curent;

A'_{1i} = amplificarea primului etaj la frecvențe înalte cu reacție negativă de curent;

A'_{1j} = amplificarea primului etaj la frecvențe joase cu reacție negativă de curent;

A_{20} = amplificarea în bandă a celui de-al doilea etaj;

A_{2i} = amplificarea celui de-al doilea etaj la frecvențe înalte;

A_{2j} = amplificarea celui de-al doilea etaj la frecvențe joase;

A_{30} = amplificarea în bandă a repetorului catodic;

A_{3i} = amplificarea repetorului catodic la frecvențe înalte;

A_0 = amplificarea în bandă a circuitului fără reacție negativă de tensiune;

A_i = amplificarea la frecvențe înalte a circuitului fără reacție negativă de tensiune;

A_j = amplificarea la frecvențe joase a circuitului fără reacție negativă de tensiune;

A_{r0} = amplificarea în bandă a circuitului cu reacție negativă de tensiune;

A_{ri} = amplificarea la frecvențe înalte a circuitului cu reacție;

A_{rj} = amplificarea la frecvențe joase a circuitului cu reacție;

β_0 = factorul de reacție negativă de tensiune în bandă;

β_i = factorul de reacție negativă de tensiune la frecvențe înalte;

$x = \omega C_1 R_1$ = frecvența normată; frecvența curentă raportată la frecvența limită superioară (atenuare 3 db) a primului etaj;

x_{1db}, x_{3db} = frecvența normată corespunzătoare atenuării la înaltă frecvență de 1 db, respectiv de 3 db față de amplificarea în bandă;

$z = \omega C_{g1} R_{g1}$ = frecvența normată; frecvența curentă raportată la frecvența limită inferioară (atenuarea la 3 db) a primului etaj;

z_{1db}, z_{3db} = frecvența normată corespunzătoare atenuării la joasă frecvență de 1 db, respectiv 3 db, față de amplificarea în bandă;

R'_{g2} = impedanța de intrare a repetorului catodic;

$$\alpha = \frac{C_{k3} R_{k3}}{C_1 R_1};$$

$$\varphi = \alpha \beta_0 A_0;$$

$$\gamma = \frac{L_1}{R_1^2 C_1}, \quad \gamma_2 = \frac{L_2}{R_2^2 C_2};$$

$$\delta = \frac{C_{k1} R_{k1}}{C_1 R_1};$$

$$\varepsilon = \frac{R_{k3}}{R_k}\delta + \frac{R_{k1}}{R_k}\alpha;$$

$$R_k = R_{k1} + R_{k3};$$

$$\rho = \frac{R_{i3}}{\mu_3 + 1} \cdot \frac{1}{R_{k3}};$$

$$\tau_i = \frac{C_3 R_{i3}}{C_1 R_1} \cdot \frac{1}{\mu_3 + 1};$$

$$\theta = \frac{\tau_i + \rho\alpha}{1 + \rho};$$

$$\nu = \frac{\delta}{1 + S_{k1} R_{k1}};$$

$$\tau = \frac{C_{g2} R'_{g2}}{C_{g1} R_{g1}};$$

$$\tau' = \frac{C'_g R'_g}{C_{g1} R_{g1}}.$$

2. CONSIDERAȚII ASUPRA FORMULEI FACTORULUI DE AMPLIFICARE AL CIRCUITULUI

W. Elmore și M. Sands [1] indică pentru schema din figura 1 următoarea formulă a factorului de amplificare:

$$A_{ro} = \frac{A_\infty}{1 + \frac{1}{\mu_{1e}} + \frac{1}{G}\left[A_\infty + \frac{Z_{k3}}{R_t} + \frac{R_{i3}}{1+\mu_3}\left(\frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_{k1}}\right)\right]}, \tag{1}$$

în care

$$A_\infty = \frac{Z_k}{R_{k1}} = \frac{1}{\beta_0}, \quad G = \frac{\mu_3}{1+\mu_3} A_{10} A_{20}, \quad \mu_{1e} = -\left(\frac{\partial E_{g2}}{\partial E_{g1}}\right)_{Ea,\, Ia} \equiv \mu_{1\text{triodă}},$$

$$Z_k = Z_{k1} + Z_{k3}, \quad R_t = \frac{r_t}{1+\mu_t} = \frac{1}{S_{k1}},$$

r_t şi μ_t fiind rezistenţa internă, respectiv factorul de amplificare al tubului T_1 conectat ca triodă. La deducerea acestei formule s-a presupus nulă reacţia negativă de curent pe catoda tubului T_2 (R_{k2} şuntat de un condensator de valoare convenabilă).

Expresia (1) poate fi uşor adusă (v. apendice A) la forma

$$A_{r0} = \frac{A_{10} A_{20}}{\beta_0 A_{10} A_{20}\left(1 + \frac{1}{\mu_{1e}} + \frac{1+\mu_3}{\mu_3 A_{10} A_{20}}\right) + (1 + S_{k1} R_{k1})\left(\frac{1+\mu_3}{\mu_3}\frac{Z_{k3}}{Z_k} + \frac{1}{S_3 Z_k}\right)}. \quad (2)$$

Cum în mod obişnuit

$$\mu_{1e} = 20 \sim 35 \gg 1, \quad \mu_3 \gg 1, \quad \beta_0 \ll 1,$$

$A_{10} A_{20} \gg 1$, iar Z_k este comparabil cu R_{i3} şi deci $S_3 Z_k \simeq \mu_3$ formula (2) devine

$$A_{r0} = \frac{A_{10} A_{20}}{1 + S_{k1} R_{k1} + \beta_0 A_{10} A_{20}}. \quad (3)$$

Ea se poate deduce direct din ecuaţia reacţiei

$$A_{r0} = \frac{A_0}{1 - \beta_0 A_0}. \quad (4)$$

în care

$$A_0 = A'_{10} A_{20} \quad , \quad A'_{10} = \frac{A_{10}}{1 + S_{k1} R_{k1}}.$$

Întrucît calculele făcute pentru amplificatorii destinaţi să realizeze performanţe curent întîlnite arată că folosirea formulei simplificate (4) în locul celei riguroase (2) duce la erori mai mici decît 5 %, vom întrebuinţa în cele ce urmează formula (4).

Menţionăm că în cazul cînd tubul T_2 lucrează cu reacţie negativă de curent (R_{k2} nesuntat) formula (4) şi în consecinţă toate formulele şi graficele de mai jos rămîn valabile cu condiţia înlocuirii lui A_0 prin $A'_{20} = \frac{A_{20}}{1 + S_{k2} R_{k2}}$.

În acest caz $\beta_0 A_0 = \beta_0 A'_{10} A'_{20}$.

3. CORECTAREA CAPACITIVĂ A CARACTERISTICII DE FRECVENŢĂ A CIRCUITULUI

Se ştie [3], [4], [5] că în caracteristica de frecvenţă a unui amplificator cu reacţie negativă apare în domeniul frecvenţelor înalte o *cocoaşă* cu atît mai pronunţată cu cît factorul de reacţie $\beta_0 A_0$ este mai mare. Valoarea maximă a acestui factor pentru care caracteristica de frecvenţă se păstrează încă monotonă este 1. Întrucît la o asemenea valoare a lui $\beta_0 A_0$ avantajele reacţiei negative practic dispar, se preferă să se lucreze cu o reacţie puternică ($\beta_0 A_0 = 10 \div 100$) şi să se corecteze caracteristica de frecvenţă a circuitului prin introducerea unui mic condensator ajustabil în paralel cu R_{k3}.

Presupunînd constantele de timp ale celor două circuite de placă egale ($C_1 R_1 = C_2 R_2$) şi în ipoteza unui răspuns ideal la joasă frecvenţă, răspunsul circu-

itului fără corecție capacitivă ($C_{k3} = 0$) este dat în domeniul frecvențelor înalte (v. apendice B) de

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{(1+\beta_0 A_0)^2}{(1+\beta_0 A_0)^2 + 2x^2(1-\beta_0 A_0) + x^4}. \tag{5}$$

Pe baza acestei formule au fost trasate curbele din figura 2. Ele pun în evidență efectul pe care reacția negativă îl are asupra răspunsului circuitului la frecvențe înalte.

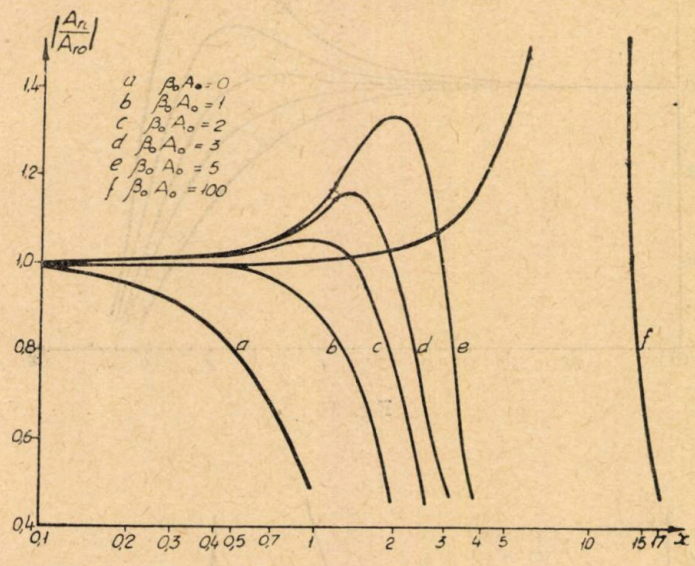


Fig. 2

Cînd pentru corectarea caracteristicii de frecvență a circuitului se introduce un condensator C_{k3} în paralel cu rezistența R_{k3}, ecuația răspunsului în domeniul frecvențelor înalte devine (v. apendice C)

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r_0}}\right|^2 = \frac{(1+\beta_0 A_0)^2}{(1+\beta_0 A_0)^2 + x^2[(2+\alpha\beta_0 A_0)^2 - 2(1+\beta_0 A_0)] + x^4}. \tag{6}$$

Din (6) rezultă valoarea frecvenței normate x pentru care caracteristica de frecvență prezintă un maxim (*cocoașă*)

$$x^2_{\max} = \beta_0 A_0 (1-2\alpha) - 1 - \frac{\alpha^2}{2}\beta_0^2 A_0^2. \tag{7}$$

Condiția

$$x_{\max} = 0 \tag{8}$$

determină valoarea parametrului α pentru care caracteristica de frecvență este critic monotonă

$$\alpha_{cr} = \frac{-2 + \sqrt{2(\beta_0 A_0 + 1)}}{\beta_0 A_0}. \tag{9}$$

Menţionăm că prin caracteristică critic monotonă înţelegem caracteristica limită de trecere din domeniul cu, în domeniul fără *cocoaşă*.

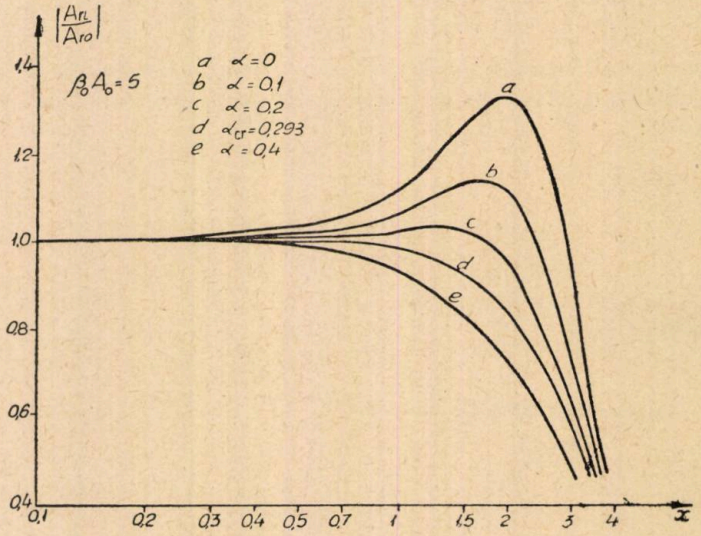


Fig. 3

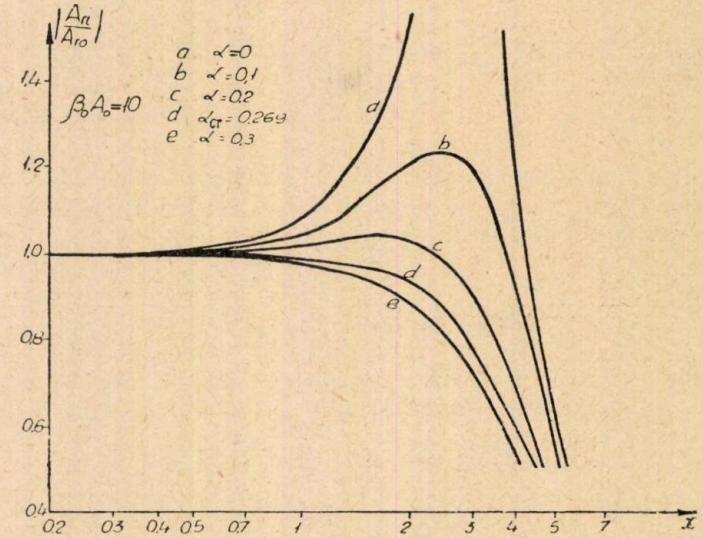


Fig. 4

În figurile 3, 4 şi 5, sînt reprezentate pentru factorii de reacţie 5, 10 şi 100 caracteristici de frecvenţă corespunzătoare unor valori ale parametrului α egale, mai mici sau mai mari decît valoarea sa critică.

Deși pentru un amplificator cu grad de reacție $\beta_0 A_0$ cunoscut, α se poate calcula ușor pe baza relației (9), se preferă în practică pentru obținerea caracteristicii monotone, ajustarea experimentală a condensatorului C_{k3}.

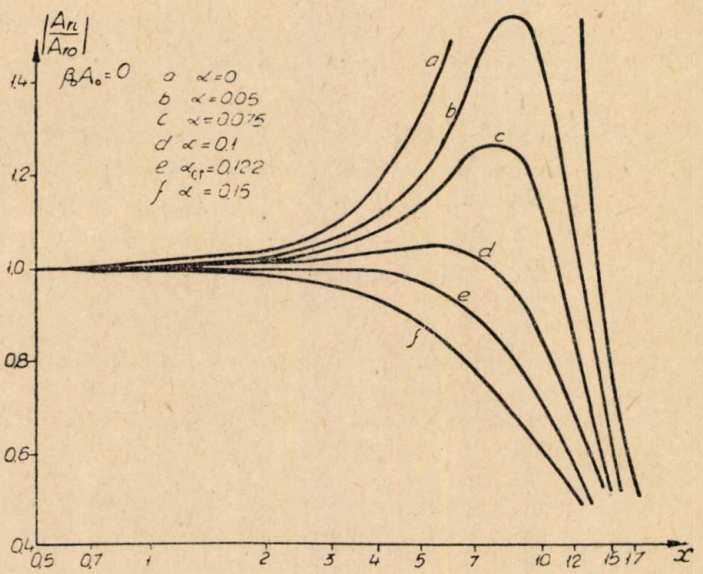


Fig. 5

4. EFECTUL INTRODUCERII ÎN CIRCUIT A UNOR INDUCTANȚE

Prin analogie cu schemele de amplificare în care compensarea efectului capacităților parazite în domeniul frecvențelor înalte se face prin introducerea unor inductanțe în serie cu rezistențele anodice ale tuburilor, ne propunem să

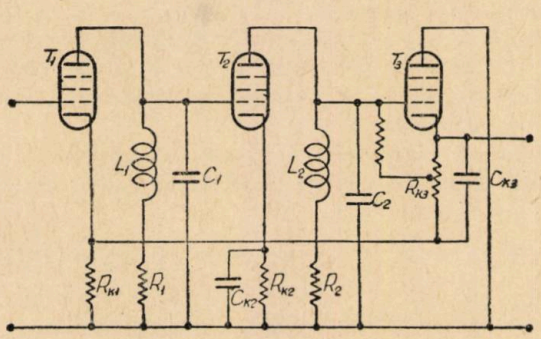


Fig. 6

studiem consecințele introducerii unor astfel de elemente în schema amplificatorului cu reacție negativă.

Circuitul studiat fiind cel din figura 6, se poate demonstra (v. apendice D) că în ipoteza $\gamma = \gamma_2$ și $C_1 R_1 = C_2 R_2$, relația care dă răspunsul circuitului în

domeniul frecvențelor înalte este

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r_0}}\right|^2 = \frac{M}{N}, \tag{10}$$

unde

$$M = (1 + \beta_0 A_0)^2 (1 + 2\gamma^2 x^2 + \gamma^4 x^4)$$

și

$$\begin{aligned} N = {} & (1 + \beta_0 A_0)^2 + x^2\{[2 + \beta_0 A_0(\alpha + 2\gamma)]^2 - 2(1 + \\ & + \beta_0 A_0)[1 + \gamma^2 \beta_0 A_0 + 2\gamma(1 + \alpha\beta_0 A_0)]\} + \\ & + x^4\{2\gamma^2(1 + \beta_0 A_0) - 2[2 + \beta_0 A_0(\alpha + 2\gamma)] \\ & (2\gamma + \gamma^2\alpha\beta_0 A_0) + [1 + \gamma^2\beta_0 A_0 + 2\gamma(1 + \alpha\beta_0 A_0)]^2\} + \\ & + x^6\{(2\gamma + \gamma^2\alpha\beta_0 A_0)^2 - 2\gamma^2[1 + \gamma^2\beta_0 A_0 + \\ & + 2\gamma(1 + \alpha\beta_0 A_0)]\} + x^8\gamma^4. \end{aligned}$$

Pentru studiul caracteristicii de frecvență a circuitului vom folosi metoda indicată de G. B. Braude [6].

Se știe că dacă ecuația caracteristicii de frecvență a unui circuit se poate pune sub forma

$$f(x) = \frac{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_i x^i + \cdots + a_m x^m}{a_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_i x^i + \cdots + b_n x^n} \tag{I}$$

în care $m < n$, atunci caracteristica va fi cu atît mai mult monotonă cu cît vor fi satisfăcute mai multe din condițiile

$$a_i = b_i \qquad i = 1, 2 \ldots p \tag{II}$$

Caracteristica obținută prin satisfacerea celui mai mare număr din condițiile (II) o vom denumi caracteristică critic monotonă optimă.

Se observă ușor că ecuațiile (II) sînt echivalente cu anularea primelor i derivate ale funcției $f(x)$ pentru $x = 0$.

În cazul ecuației (10) condițiile (II) de egalare a coeficienților puterilor egale ale lui x de la numărător și numitor nu le vom aplica lui x^8 și x^6 întrucît anularea coeficienților lor ar duce pentru x^8 la condiția absurdă $\gamma = 0$, iar pentru x^6 la obținerea unui sistem de trei ecuații cu trei necunoscute care ar determina în mod univoc parametrii α, γ și $\beta_0 A_0$.

Întrucît preferăm să ne păstrăm libertatea alegerii lui $\beta_0 A_0$, vom egala între ei numai coeficienții termenilor în x^2 și x^4. Obținem în acest mod sistemul de două ecuații cu două necunoscute

$$\left.\begin{aligned} & \varphi^2 + 4(1 - \gamma)\varphi - \alpha(1 + 3\beta_0 A_0)\gamma^2 - 2(\beta_0 A_0 - 1)(1 - 2\gamma) = 0 \\ & \varphi^2 + 2\varphi - \frac{1 + 2\beta_0 A_0}{2}\gamma^2 + 2\beta_0 A_0 \gamma - 2\beta_0 A_0 + 3 + \frac{1 - 4\gamma}{2\gamma^2} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

din care rezultă pentru un grad de reacție dat, valorile parametrilor α și γ corespunzătoare caracteristicii critic monotonă optimă.

Punînd condiția

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{1}{2} \tag{12}$$

se poate afla frecvența limită de trecere corespunzătoare atenuării de 3 db (x_{3db}).

Din (12) rezultă

$$x_{3db}^8 + cx_{3db}^6 = \left[\frac{1+\beta_0 A_0}{\gamma^2}\right]^2 (1+\gamma^2 x_{3db}^2)^2, \tag{13}$$

în care

$$c = \frac{2(1-2\gamma) - \gamma^2 (2\beta_0 A_0 - \alpha^2 \beta_0^2 A_0^2)}{\gamma^2}.$$

În mod analog se poate obține și valoarea benzii de trecere a amplificatorului pentru o scădere a raportului $\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|$ cu 1 db. În acest caz ecuația (13) devine

$$x_{1db}^8 + cx_{1db}^6 = 0{,}26\left(\frac{1+\beta_0 A_0}{\gamma^2}\right)^2 (1+\gamma^2 x_{1db}^2)^2. \tag{14}$$

În figura 7 sînt reprezentate în funcție de gradul de reacție $\beta_0 A_0$ soluțiile sistemului de ecuații (11) precum și valorile lui α și γ calculate pe baza rela-

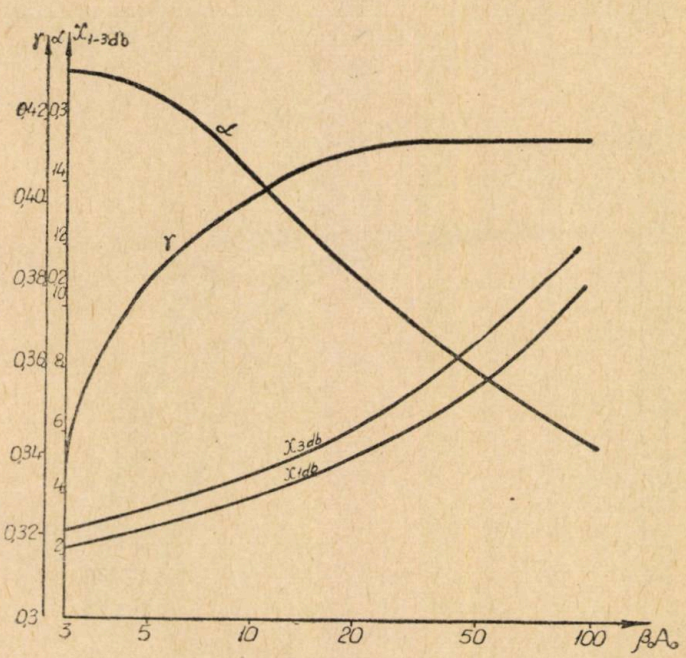


Fig. 7

țiilor (13) și (14). Comparînd valorile frecvenței de trecere limită (x_{3db}) din figura 7 cu cele corespunzătoare caracteristicilor critic monotone din figurile 3, 4 și 5 se constată o lărgire a benzii datorită inductanței cuprinsă între 40 și 24% pentru $\beta_0 A_0 = 5$ respectiv $\beta_0 A_0 = 100$.

În figurile 8, 9 și 10 sînt reprezentate caracteristicile de frecvență critic monotone ale circuitului studiat, în cazul aplicării unor grade de reacție

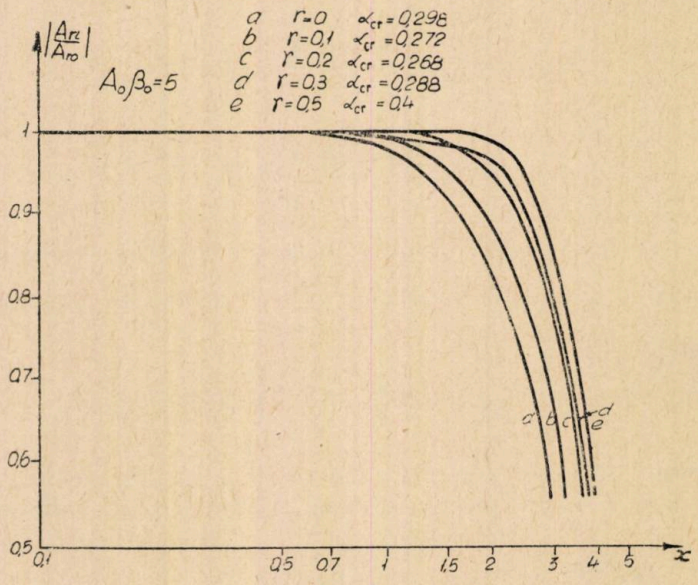


Fig. 8

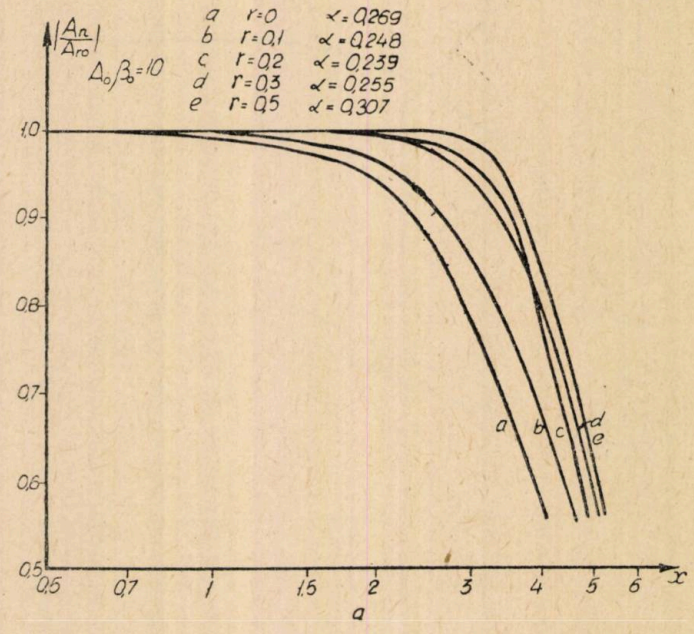


Fig. 9

$\beta_0 A_0 = 5$, 10 și 100 și a introducerii unor elemente inductive de valori diferite. Pentru fiecare valoare a parametrului γ, parametrul α corespunzător caracteristicii critic monotone a fost determinat pe baza relației (11).

Analiza acestor grafice duce la următoarele concluzii:

1) Lărgirea benzii de trecere a circuitului este sensibilă cu creșterea parametrului γ pentru valori mici ale factorului de reacție aplicat. Pentru $\beta_0 A_0$ mari îmbunătățirea datorită introducerii elementelor inductive scade. În plus la $\beta_0 A_0$ mari γ_{cr} este practic dificil de realizat deoarece o dată cu $\beta_0 A_0$ crește și R și în consecință $L = \gamma R^2 C$. Capacitățile parazite ale lui L devin în acest caz prohibitive pentru realizarea lui γ_{cr}.

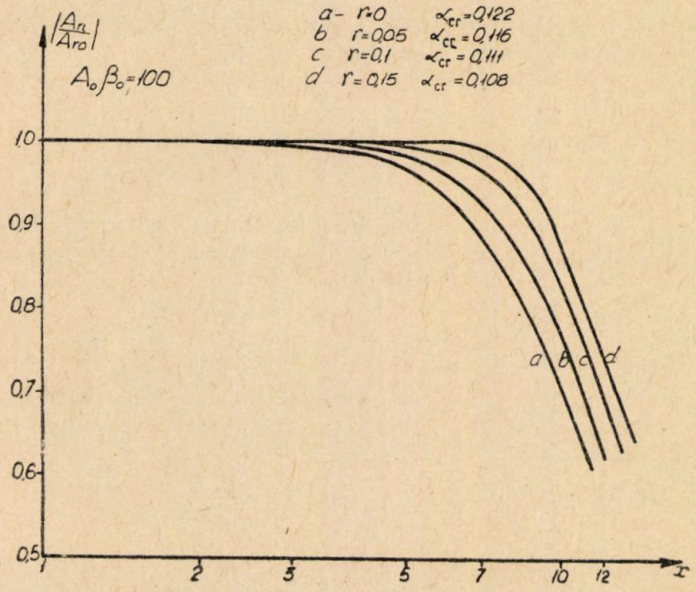


Fig. 10

2) Pentru valorile parametrului γ, apropiate de valoarea lui optimă nu se obțin îmbunătățiri însemnate. De exemplu pentru $\beta_0 A_0 = 5$, $\gamma = 0{,}3$ lărgirea benzii este de 39 % față de 40,5 % în cazul $\gamma_{cr} = 0{,}38$.

3) O lărgire mai însemnată a benzii de trecere a amplificatorului se obține pentru o bandă corespunzătoare unei scăderi a raportului $\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|$ cu 1 db. În acest caz îmbunătățirea variază de la 64 la 37 % cînd $\beta_0 A_0$ variază de la 5 la 100.

Dacă banda se consideră la o scădere a raportului $\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|$ cu 2% lărgirea obținută prin introducerea inductanțelor este și mai importantă, variind între 120 și 75 %.

Atragem atenția îndeosebi asupra acestor două cazuri întrucît ele sînt cele care intervin la amplificatorii pentru voltmetre electronice, unde frecvența limită de trecere nu mai poate fi considerată cea corespunzătoare lui x_{3db}.

5. INFLUENŢA REPETORULUI CATODIC ASUPRA CARACTERISTICII DE FRECVENŢĂ

În cele de mai sus am presupus că repetorul catodic transmite uniform, fără distorsiuni de amplitudine sau fază, întreg spectrul corespunzător benzii de trecere a celor două etaje de amplificare precedente. Dar un studiu riguros, practic necesar cînd amplificatorul este destinat să lucreze la frecvenţe foarte înalte, implică luarea în consideraţie a circuitului echivalent exact al repetorului catodic (fig. 11).

În acest caz se poate demonstra (v. apendice E) că răspunsul repetorului în domeniul frecvenţelor înalte este dat de relaţia

$$\frac{A_{3i}}{A_{30}} = \frac{1+\rho}{1+j\eta x+\rho\dfrac{1-\alpha\delta x^2+j(\alpha+\delta)x}{1+j\delta x}}. \tag{15}$$

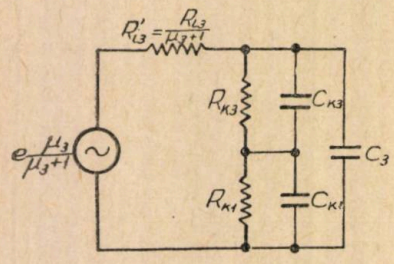


Fig. 11

Deoarece în cazul nostru $C_{k1}R_{k1} \ll C_1R_1$, δ poate fi considerat egal cu zero, atunci (15) devine

$$\frac{A_{3i}}{A_{30}} = \frac{1}{1+j\theta x}, \tag{16}$$

iar caracteristica de frecvenţă a întregului circuit (v. apendice F) va fi dată de

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{M}{P}, \tag{17}$$

în care

$$M = (1+\beta_0A_0)^2(1+2\gamma^2x^2+\gamma^4x^4)$$

şi

$$P = (1+\beta_0A_0)^2+x^2\{[2+\theta+\beta_0A_0(\alpha+2\gamma)]^2 - 2(1+\beta_0A_0)[1+2\gamma+2\theta+\gamma(\gamma+2\alpha)\beta_0A_0]\} +$$
$$+ x^4\{2\gamma(\gamma+2\theta)(1+\beta_0A_0) - 2[2+\theta+(\alpha+2\gamma)\beta_0A_0][2\gamma(1+\theta)+\theta+\gamma^2\alpha\beta_0A_0] +$$
$$+ [1+2\gamma+2\theta+\beta_0A_0\gamma(\gamma+2\alpha)]^2\} +$$
$$+ x^6\{[2\gamma(1+\theta)+\theta+\gamma^2\alpha\beta_0A_0]^2 - 2\gamma(\gamma+2\theta)[1+2\theta+2\gamma+\beta_0A_0\gamma(\gamma+2\alpha)]\} +$$
$$+ x^8\{2[2\gamma(1+\theta)+\theta+\gamma^2\alpha\beta_0A_0]\gamma^2\theta+\gamma^2(\gamma+2\theta)^2\} + x^{10}\gamma^4\theta^2.$$

Analiza relaţiei (17) fiind foarte complicată, vom urmări modificările ce survin în caracteristica de frecvenţă a schemei datorită repetorului catodic, într-un caz concret, pentru valori curente ale parametrilor. Vom presupune $\beta_0A_0 = 10$ şi $\gamma = 0{,}3$. Înlocuind în η şi ρ valorile aproximative ale elementelor unui amplificator cu performanţe obişnuite, se poate constata uşor că valoarea $\theta = 0{,}1$ pentru care vor fi făcute calculele de mai jos, reprezintă o situaţie cu mult mai defavorabilă decît cea întîlnită curent în practică. Pentru comparaţie în figura 12 au fost reprezentate caracteristicile monoton critice ale amplificatorului pentru $\gamma = 0$ şi $\gamma = 0{,}3$ fără considerarea efectului introdus de repetor ($\theta = 0$) şi caracteristicile optime ale amplificatorului pentru $\gamma = 0$ şi $\gamma = 0{,}3$ cu considerarea efectului introdus de repetor ($\theta = 0{,}1$). Comparţia va trebui

să o facem între curbele *a* și *b* pe de o parte și curbele *c* și *d* pe de altă parte.

Considerînd banda de trecere cea corespunzătoare unei atenuări de 3 db se constată că lărgirea benzii datorită introducerii inductanțelor este de 38 % pentru $\theta = 0$ (curbele *a* și *b*) și de 36 % pentru $\theta = 0{,}1$ (curbele *c* și *d*). Deși am presupus un caz cu totul defavorabil ($\theta = 0{,}1$) modificarea benzii de trecere este neînsemnată. Dar curba *d* ($\theta = 0{,}1$) spre deosebire de curba corespunză-

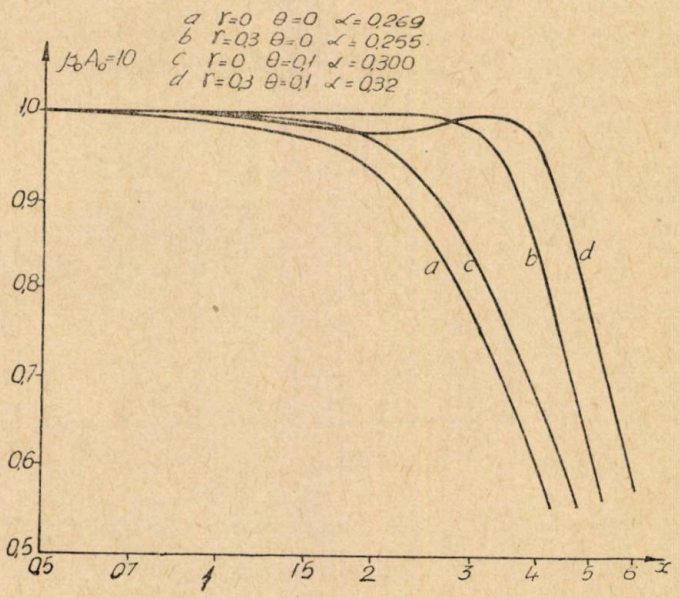


Fig. 12

toare *b* ($\theta = 0$) numai are în limitele benzii de trecere o alură uniform scăzătoare.

În concluzie, efectul de lărgire a benzii datorit introducerii inductanțelor se păstrează și cînd luăm în considerație capacitățile parazite asociate repetorului catodic; în schimb, răspunsul sistemului se modifică tinzînd să devină neuniform.

6. CORECTAREA CAPACITIVĂ DUBLĂ A CARACTERISTICII DE FRECVENȚĂ

Urmînd un procedeu analog cu acela în care se realizează lărgirea benzii de trecere prin aplicarea unei reacții negative complexe, ne propunem să studiem efectul șuntării rezistenței R_{k1} cu un condensator de valoare convenabilă. Circuitul studiat fiind în acest caz cel din figura 13 se poate demonstra că răspunsul său (v. apendice G) este dat de relația

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{Q}{R}, \tag{18}$$

în care

$$Q = (1 + \beta_0 A_0)^2 (1 + \delta^2 x^2)$$

$$R = (1 + \beta_0 A_0)^2 + x^2 [(2 + \nu + \alpha\beta_0 A_0)^2 - 2(1 + 2\nu)(1 + \beta_0 A_0)] + x^4 [(1 + 2\nu)^2 - 2\nu(2 + \nu + \alpha\beta_0 A_0)] + x^6 \nu^2.$$

Aplicînd la fel ca la punctul 4 metoda lui Braude pentru obținerea caracteristicii de frecvență monotonă optimă rezultă sistemul de ecuații

$$\left.\begin{aligned}(1+\beta_0 A_0)^2\delta^2 &= (2+\nu+\alpha\beta_0 A_0)^2 - 2(1+2\nu)(1+\beta_0 A_0)\\ \alpha &= \frac{1+\nu^2}{2\nu\beta_0 A_0}\end{aligned}\right\} \quad (19)$$

din care, pentru un grad de reacție $\beta_0 A_0$ dat și un raport între ν și δ cunoscut se pot deduce valorile optime ale lui δ și α. Pentru simplificare vom considera

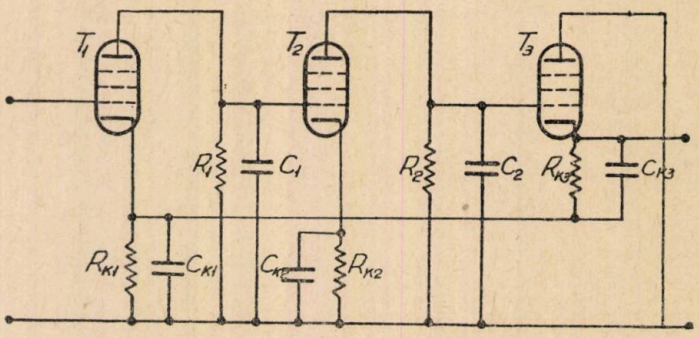


Fig. 13

$\nu = 0{,}6\,\delta$, valoare corespunzătoare unei medii a cazurilor practice (pentru aflarea acestei valori medii am calculat mărimea $\frac{1}{1+S_k R_k}$ pentru amplificatorul construit o dată cu tuburi 6AK5 și altă dată cu tuburi 6AC7).

În acest caz sistemul de ecuații (19) devine

$$\left.\begin{aligned}&[1{,}44(1+\beta_0 A_0)^2 - 2{,}08]\,\delta^4 + 3{,}46(\beta_0 A_0 - 1)\delta^3 + 2{,}88(\beta_0 A_0 - 2)\delta^2 - 4{,}8\delta - 1 = 0,\\ &\alpha = \frac{1+0{,}72\delta^2}{1{,}2\,\beta_0 A_0\,\delta}.\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Se pot deduce de asemenea ecuațiile care pentru un $\beta_0 A_0$ impus și δ și α rezultați din (20) ne vor da valorile benzii de trecere ale circuitului la 3 db și la 1 db. Aceste ecuații sînt

$$x^6_{3\,\mathrm{db}} = \frac{(1+\beta_0 A_0)^2}{0{,}36\delta^2}\,(1+\delta^2 x^2_{3\,\mathrm{db}}), \quad (21)$$

$$x^6_{1\,\mathrm{db}} = 0{,}26\,\frac{(1+\beta_0 A_0)^2}{0{,}36\delta^2}\,(1+\delta^2 x^2_{1\,\mathrm{db}}). \quad (22)$$

Soluțiile sistemului (20) împreună cu rădăcinile ecuațiilor (21) și (22) sînt reprezentate în figura 14 funcție de gradul de reacție $\beta_0 A_0$.

În figura 15 au fost reprezentate valorile optime ale benzilor de trecere la 3 db pentru trei cazuri:

1) circuitul cu corecție capacitivă simplă (x)
2) circuitul cu inductanțe în plăci (x_γ) și
3) circuitul cu corecție capacitivă dublă (x_δ).

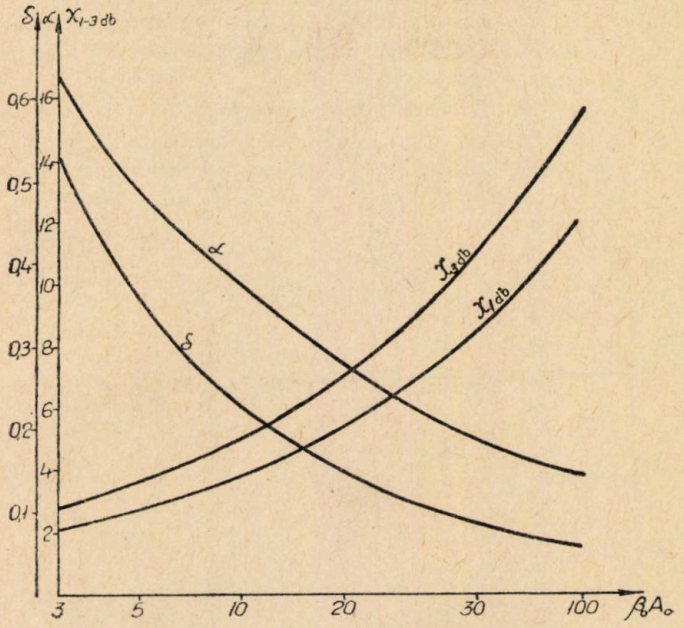

δ
α
$\chi_{1\text{-}3\,db}$
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
16
14
12
10
8
6
4
2
α
δ
$\chi_{3\,db}$
$\chi_{1\,db}$
3
5
10
20
30
100
βA_0

Fig. 14

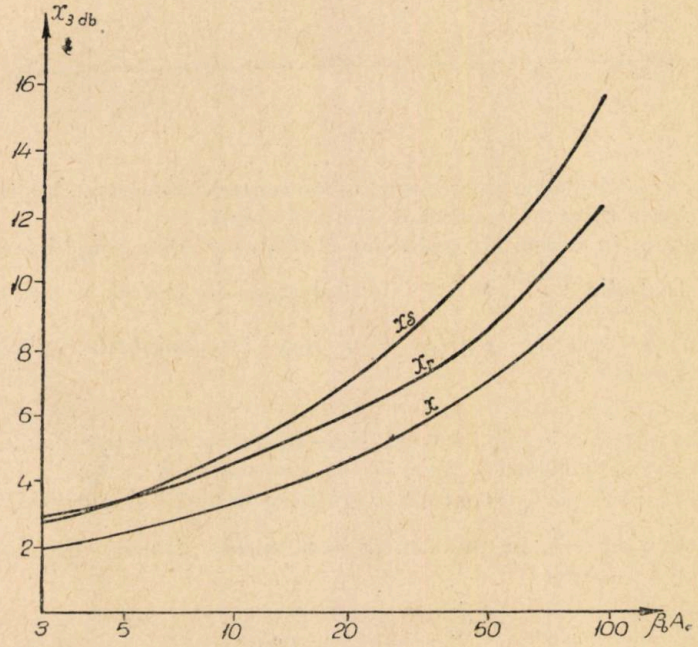

$\chi_{3\,db}$
16
14
12
10
8
6
4
2
χ_δ
χ_r
χ
3
5
10
20
50
100
βA_0

Fig. 15

Se observă că din punct de vedere al benzii la 3 db soluţia 3) este mai avantajoasă în domeniul $\beta_0 A_0 > 5$ decît soluţia 2). În plus soluţia 3) este practic mai comod de realizat deoarece introduce faţă de schema obişnuită o singură capacitate C_{k1} uşor de ajustat la valoarea optimă.

În figura 16 au fost reprezentate caracteristicile optime corespunzătoare soluţiilor 2) şi 3) pentru cazul $\beta_0 A_0 = 10$. Din compararea curbelor *b* şi *c* se deduce că pentru atenuări admisibile în bandă mai mici decît 1 db (ex. ampli-

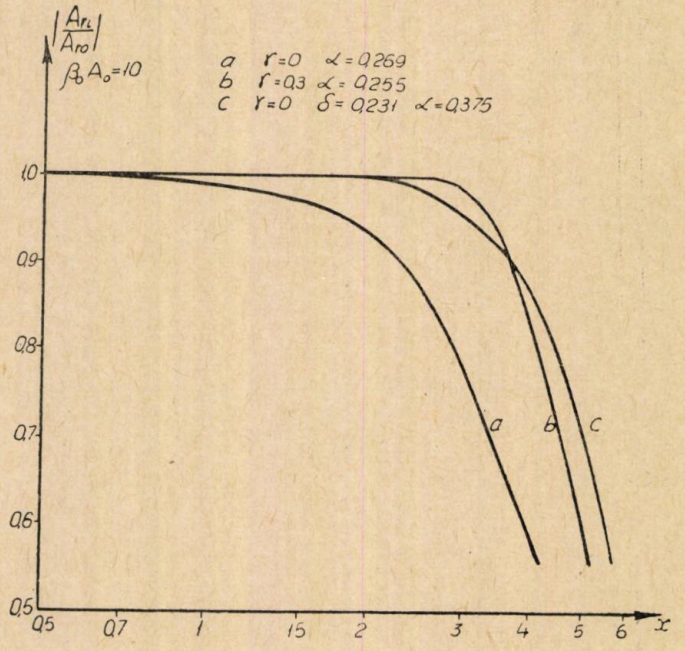


Fig. 16

ficatori pentru voltmetre electronice) introducerea inductanţelor în plăci este mai avantajoasă decît corectarea capacitivă dublă.

Pînă acum, în acest paragraf, am presupus pentru simplificare răspunsul repetorului catodic $\left|\frac{A_{3i}}{A_{30}}\right| = 1$ în toată banda de trecere a amplificatorului, deşi pentru factorul de reacţie β a fost întrebuinţată valoarea exactă $\beta_i = -\beta_0 \frac{1 + j\alpha x}{1 + j\varepsilon x}$.

Eroarea introdusă prin această simplificare o vom aprecia în următorul caz concret. Vom considera $\beta_0 A_0 = 10$, $\alpha = 0{,}375$, $\delta = 0{,}231$, $R'_{i3} = 200\ \Omega$, $R_1 = 8k\,\Omega$, $C_3 = C_1$ şi $R_{k_3} = 4\,k\,\Omega$. Rezultă $\eta = 0{,}025$ şi $\rho = 0{,}025$. Calculînd după formula (15) $\frac{A_{3i}}{A_{30}}$ în punctul $x = 5$ situat dincolo de limita benzii, obţinem

$$\frac{A_{3i}}{A_{30}} = 0{,}985\,|\underline{-9°30'}\,.$$

Se observă că în limitele benzii de trecere repetorul catodic introduce distorsiuni de amplitudine și de fază neglijabile și deci răspunsul lui poate fi considerat ideal.

7. RĂSPUNSUL CIRCUITULUI ÎN DOMENIUL FRECVENȚELOR JOASE

Se știe (3) că într-un amplificator cu două etaje reacția negativă de tensiune introduce în caracteristica de frecvență, în domeniul frecvențelor joase, o *cocoașă* cu atît mai pronunțată cu cît factorul de reacție $\beta_0 A_0$ este mai mare.

Schema considerată (fig. 1) prezintă din punct de vedere al joasei frecvențe două particularități: *a)* circuitul de reacție negativă este constituit din elemente exclusiv rezistive și *b)* printr-o alegere convenabilă a regimului de

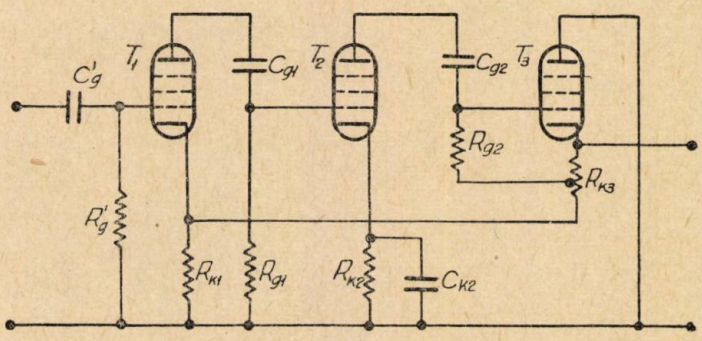


Fig. 17

funcționare în curent continuu a repetorului catodic acesta poate fi cuplat direct cu etajul anterior.

În cele ce urmează vom studia condițiile în care circuitul poate avea în joasă frecvență un răspuns uniform.

1) În cazul cel mai general (fig. 17) comportarea circuitului la joasă frecvență este determinată de trei constante de timp: cea a circuitului de intrare (C'_g R'_g), a circuitului de cuplaj între etajele 1 și 2 (C_{g1} R_{g1}) aleasă ca valoare de referință și cea a circuitului de cuplaj între etajul 2 și repetor (C_{g2} R_{g2}). Caracteristica de frecvență este în acest caz dată (v. apendice H) de relația

$$\left|\frac{A_{rj}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{S}{T}, \tag{23}$$

unde

$$S = [(1 + \beta_0 A_0)\ \tau\tau']^2 z^6$$

$$T = [(1 + \beta_0 A_0)\ \tau\tau']^2 z^6 + \{\tau^2[(1 + \beta_0 A_0)^2 + \tau'^2] - 2\tau\tau'^2\beta_0 A_0 + \tau'^2\} z^4 + [\tau^2 - 2\tau\beta_0 A_0 + 1 + \tau'^2] z^2 + 1.$$

Condițiile de monotonie critică deduse prin aplicarea metodei Braude sînt următoarele:

$$a = \tau^2[(1 + \beta_0 A_0)^2 + \tau'^2] - 2\tau\tau'^2\beta_0 A_0 + \tau'^2 = 0, \tag{24}$$

$$b = \tau^2 - 2\tau\beta_0 A_0 + 1 + \tau'^2 = 0. \tag{25}$$

Pentru lămurirea efectului diferiților parametri asupra caracteristicii de frecvență am considerat (fig. 18) cazul particular al unei reacții medii $\beta_0 A_0 = 10$. În această figură curba A reprezintă ecuația $a = 0$, iar curba B ecuația $b = 0$.

z_{3db} corespunzători punctelor de pe curba A rezultă din ecuația

$$(\tau^2 - 2\tau\beta_0 A_0 + 1 + \tau'^2)\, z_{3db}^2 + 1 = [(1 + \beta_0 A_0)\, \tau\tau']^2\, z_{3db}^6, \qquad (26)$$

iar z_{3db} corespunzători punctelor de pe curba B din ecuația

$$\{\tau^2 [(1 + \beta_0 A_0)^2 + \tau'^2] - 2\tau\tau'^2 \beta_0 A_0 + \tau'^2\}\, z_{3db}^4 + 1 = [(1 + \beta_0 A_0)\, \tau\tau']^2 z_{3db}^6. \qquad (27)$$

Analiza figurii 18 duce la următoarele concluzii:

Domeniul I ($a < 0$, $b < 0$) este domeniul în care caracteristica de frecvență prezintă cocoașa maximă.

Domeniile IV și V ($a > 0$, $b > 0$) sînt domenii absolut monotone.

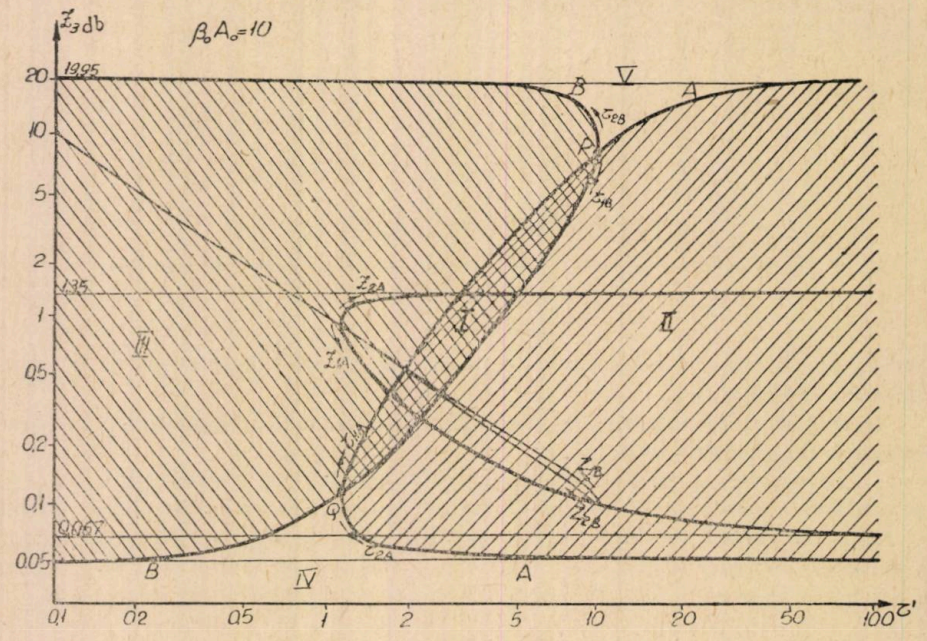


Fig. 18

În domeniul II ($a < 0$, $b > 0$), în regiunea din vecinătatea domeniului I, caracteristica de frecvență are cocoașa pronunțată. Spre τ' mari, regiunea de cocoașă se restrînge ușor înspre centrul domeniului II ($\tau = 1$) deoarece înspre limitele domeniului intervine $b > 0$ care aplatisează caracteristica de frecvență chiar în interiorul domeniului II. Totuși, influența lui bz^2 este, în limitele lui x indicate de x_{3db}, mică în raport cu az^4 și domeniul II se poate considera în întregime cu cocoașă.

În ceea ce privește domeniul III ($a > 0, b < 0$) analiza ponderii relative a lui az^4 față de bz^2 pentru $z > z_{3db}$ arată că pentru $\tau' < 1$ regiunea de cocoașă se restrînge sensibil în jurul lui $\tau = 1$. Domeniul III este în consecință în cea mai mare parte un domeniu de caracteristică monotonă.

Sînt de reținut următoarele observații:

a) Regiunea de cocoașă maximă este situată în jurul punctului $\tau = 1$, $\tau' \cong \sqrt{\beta_0 A_0}$.

b) Pentru $\tau > 2\beta_0 A_0$, respectiv $\tau < \frac{1}{2\beta_0 A_0}$, caracteristica de frecvență este monotonă independent de valoarea lui τ'.

c) Regiunea $\tau' < 1$ reprezintă o dimensionare neconvenabilă a ansamblului deoarece avantajele rezultînd din folosirea reacției negative și a unor constante de timp mari în interiorul buclei de reacție sînt anulate de valoarea mică a lui τ' (răspunsul la joase frecvențe este determinat în acest caz exclusiv de τ').

d) Valoarea minimă a lui τ care permite obținerea unei caracteristici monotone corespunde punctelor P și Q. Pentru ambele puncte raportul între constantele de timp din buclă este același, doar raportarea lui τ' se face la o altă valoare de referință. Calculele arată că pentru $\beta_0 A_0 > 5$, cu o eroare mai mică decît 2 %.

$$\tau_P = \beta_0 A_0 - 1, \quad \tau'_P = \sqrt{\beta_0^2 A_0^2 - 1}, \tag{28}$$

$$\tau_Q = \frac{1}{\beta_0 A_0 - 1}, \quad \tau'_Q = 1 + \frac{1}{\beta_0 A_0}. \tag{29}$$

În acest caz

$$z_{3db} = \frac{1}{\sqrt[3]{(1+\beta_0 A_0)\,\tau\tau'}}, \tag{30}$$

iar

$$z_{1db} = 1{,}254\; z_{3db}. \tag{31}$$

Alegerea acestor puncte este recomandabilă în special la frecvențe foarte joase și reacții puternice, cînd folosirea unor valori mari pentru τ și τ' este supărătoare din punct de vedere al frecvențelor înalte.

2) Cînd $\tau' \to \infty$ (analiza fig. 14 arată că această condiție poate fi considerată satisfăcută pentru $\tau' > 5\beta_0 A_0$), caracteristica de frecvență este dată de relația

$$\frac{A_{rj}}{A_{r0}} = \frac{(1 + \beta_0 A_0)\,\tau z^2}{(1 + \beta_0 A_0)\,\tau z^2 - 1 - jz\,(1 + \tau)}, \tag{32}$$

respectiv

$$\left|\frac{A_{rj}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{[(1 + \beta_0 A_0)\,\tau]^2 z^4}{[(1 + \beta_0 A_0)\,\tau]^2 z^4 + [(1 + \tau)^2 - 2\,(\beta_0 A_0 + 1)]\, z^2 + 1}. \tag{33}$$

Condiția de monotonie este dată în acest caz de relația

$$\tau^2 - 2\tau\beta_0 A_0 + 1 \geqslant 0, \tag{34}$$

de unde rezultă

$$\beta_0 A_0 - \sqrt{\beta_0^2 A_0^2 - 1} = \tau_2 > \tau > \tau_1 = \beta_0 A_0 + \sqrt{\beta_0^2 A_0^2 - 1}. \tag{35}$$

Cu

$$\beta_0 A_0 \gg 1,$$

şi

$$\tau_1 = 2\beta_0 A_0 \quad \tau_2 = \frac{1}{2\beta_0 A_0}. \tag{36}$$

Se deduce uşor

$$z_{3db} = \frac{1}{\sqrt{\tau(1+\beta_0 A_0)}}, \tag{37}$$

iar cu $\beta_0 A_0 \gg 1$

$$z_{3db} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\beta_0 A_0}. \tag{38}$$

Se observă că în acest caz banda de trecere (z_{3db}) variază invers proporţional cu $\beta_0 A_0$ lucru deosebit de avantajos.

3) Cînd $\tau \to \infty$ (cuplaj de curent continuu între etajul al doilea şi repetor)

$$\frac{A_{rj}}{A_{r0}} = \frac{(1+\beta_0 A_0)\,\tau' z^2}{(1+\beta_0 A_0)\,\tau' z^2 - 1 - jz(\tau' + 1 + \beta_0 A_0)} \tag{39}$$

şi în modul

$$\left|\frac{A_{rj}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{(1+\beta_0 A_0)^2\,\tau'^2 z^4}{(1+\beta_0 A_0)^2\,\tau'^2 z^4 + [\tau'^2 + (1+\beta_0 A_0)^2]\,z^2 + 1}. \tag{40}$$

Caracteristica de frecvenţă, după cum am mai menţionat, este monotonă independent de valoarea lui τ'.

Banda la 3db rezultă în acest caz din

$$(1+\beta_0 A_0)^2\,\tau'^2 z_{3db}^4 - [\tau'^2 + (1+\beta_0 A_0)^2]\,z_{3db}^2 - 1 = 0. \tag{41}$$

4) Cînd $\tau' \to \infty$ şi $\tau \to \infty$ caracteristica de frecvenţă are expresia simplă

$$\frac{A_{rj}}{A_{r0}} = \frac{(1+\beta_0 A_0)z}{(1+\beta_0 A_0)z - j}, \tag{42}$$

respectiv

$$\left|\frac{A_{rj}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{(1+\beta_0 A_0)^2 z^2}{1+(1+\beta_0 A_0)^2 z^2}. \tag{43}$$

Frecvenţa de tăiere este dată de

$$z_{3db} = \frac{1}{1+\beta_0 A_0} \tag{44}$$

şi variază practic invers proporţional cu factorul de reacţie.

Relaţiile (28), (29), (30), (31), (36), (37) şi (44) determină pentru un grad de reacţie $\beta_0 A_0$ dat, valorile optime ale parametrilor τ şi τ', precum şi lărgimea benzii de trecere (z_{3db}) în diferitele ipoteze luate în consideraţie.

APENDICE A. Transformarea formulei de amplificare a lui Elmore și Sands.

$$A_{r0}=\frac{A_\infty}{1+\frac{1}{\mu_{1e}}+\frac{1}{G}\left[A_\infty+\frac{Z_{k3}}{R_i}+\frac{R_{i3}}{1+\mu_3}\left(\frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_{k1}}\right)\right]}=$$

$$=\frac{\frac{Z_{k1}}{R_{k1}}}{1+\frac{1}{\mu_{1e}}+\frac{1+\mu_3}{\mu_3 A_{10}A_{20}}\left[\frac{Z_k}{R_{k1}}+S_{k1}Z_{k3}+\frac{R_{i3}}{1+\mu_3}\left(S_{k1}+\frac{1}{R_{k1}}\right)\right]}=$$

$$=\frac{Z_k A_{10}A_{20}}{A_{10}A_{20}R_{k1}\left(1+\frac{1}{\mu_{1e}}\right)+\frac{1+\mu_3}{\mu_3}(Z_k+S_{k1}R_{k1}Z_{k3})+\frac{1+S_{k1}R_{k1}}{S_3}}=$$

$$=\frac{A_{10}A_{20}}{A_{10}A_{20}\beta_0\left(1+\frac{1}{\mu_{1e}}\right)+\frac{1+S_{k1}R_{k1}}{S_3Z_k}+\frac{1+\mu_3}{\mu_3}\left(1+S_{k1}R_{k1}\frac{Z_{k3}}{Z_k}\right)}=$$

$$=\frac{A_{10}A_{20}}{\beta_0 A_{10}A_{20}\left(1+\frac{1}{\mu_{1e}}+\frac{1+\mu_3}{\mu_3 A_{10}A_{20}}\right)+(1+S_{k1}R_{k1})\left(\frac{1+\mu_3}{\mu_3}\cdot\frac{Z_{k3}}{Z_k}+\frac{1}{S_3Z_k}\right)}.$$

APENDICE B. Stabilirea ecuației caracteristicii de frecvență a circuitului fără compensare capacitivă.

Pentru primul etaj

$$A'_{1i}=\frac{S_1Z_1}{1+S_{k1}R_{k1}}=\frac{S_1R_1}{1+S_{k1}R_{k1}}\cdot\frac{1}{1+j\omega C_1R_1}=A'_{10}\frac{1}{1+jx}$$

Cu $C_2R_2=C_1R_1$,

$$A_{2i}=S_2Z_2=S_2R_2\frac{1}{1+j\omega C_2R_2}=A_{20}\frac{1}{1+jx}$$

și deci

$$A_i=A'_{1i}A_{2i}=A'_{10}A_{20}\frac{1}{(1+jx)^2}=A_0\frac{1}{(1+jx)^2}. \qquad (a)$$

Factorul de reacție de tensiune are valoarea

$$\beta_i=-\frac{R_{k1}}{R_{k1}+R_{k3}}=-\beta_0,$$

ar

$$A_{ri}=\frac{A_i}{1-\beta_iA_i}=\frac{\frac{A_0}{(1+jx)^2}}{1+\beta_0A_0\frac{1}{(1+jx)^2}}=\frac{A_0}{(1+jx)^2+\beta_0A_0}.$$

Amplificarea cu reacţie în bandă este

$$A_{r0} = \frac{A_0}{1 + \beta_0 A_0}$$

şi deci amplificarea normată are expresia complexă

$$\frac{A_{ri}}{A_{r0}} = \frac{1 + \beta_0 A_0}{1 + \beta_0 A_0 - x^2 + 2jx}.$$

sau în modul

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{(1 + \beta_0 A_0)^2}{(1 + \beta_0 A_0)^2 + 2x^2 (1 - \beta_0 A_0) + x^4}.$$

APENDICE C. Stabilirea ecuaţiei caracteristicii de frecvenţă a circuitului cu compensare capacitivă.

Amplificarea fără reacţie păstrează aceeaşi expresie (a) ca în apendicele B. Factorul de reacţie devine

$$\beta_i = -\frac{R_{k1}}{R_{k1} + Z_{k3}} = -\frac{R_{k1}}{R_{k1} + \dfrac{R_{k3}}{1 + j\alpha x}} = -\beta_0 \frac{1 + j\alpha x}{1 + j \dfrac{\alpha R_{k1}}{R_{k1} + R_{k3}} x}.$$

Cu

$$\frac{\alpha R_{k1}}{R_{k1} + R_{k3}} \ll 1 \quad , \qquad \beta_i = -\beta_0 (1 + j\alpha x)$$

şi deci

$$A_{ri} = \frac{A_i}{1 - \beta_i A_i} = \frac{A_0}{(1 + jx)^2 + \beta_0 A_0 (1 + j\alpha x)},$$

iar

$$\frac{A_{ri}}{A_{r0}} = \frac{1 + \beta_0 A_0}{1 + \beta_0 A_0 - x^2 + jx (2 + \alpha\beta_0 A_0)}.$$

În modul

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{(1+\beta_0 A_0)^2}{(1 + \beta_0 A_0)^2 + x^2 [(2 + \alpha\beta_0 A_0)^2 - 2 (1 + \beta_0 A_0)] + x^4}.$$

APENDICE D. Ecuaţia caracteristicii de frecvenţă a circuitului cu inductanţe în plăci şi compensare capacitivă.

Impedanţa anodică a primului tub este

$$Z_1 = \frac{(R_1 + j\omega L_1)\dfrac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + j\omega L_1 + \dfrac{1}{j\omega C_1}} = \frac{R_1 + j\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1 + j\omega R_1 C_1} = R_1 \frac{1 + j\gamma x}{1 - \gamma x^2 + jx}$$

şi deci

$$A'_{1i} = \frac{S_1 Z_1}{1 + S_{k1} R_{k1}} = A'_{10} \frac{1 + j\gamma x}{1 - \gamma x^2 + jx}$$

Cu $\dfrac{L_2}{R_2} = \dfrac{L_1}{R_1}$ şi $C_2 R_2 = C_1 R_1$, $\gamma_2 = \dfrac{L_2}{R_2^2 C_2} = \gamma$,

iar

$$A_{2i} = S_2 Z_2 = A_{20} \frac{1 + j\gamma x}{1 - \gamma x^2 + jx}.$$

Rezultă amplificarea fără reacție de tensiune

$$A_i = A'_{1i} A_{2i} = A_0 \left(\frac{1 + j\gamma x}{1 - \gamma x^2 + jx} \right)^2.$$

Deoarece

$$\beta_i = -\beta_0 (1 + j\alpha x)$$

amplificarea cu reacție de tensiune va fi

$$A_{ri} = \frac{A_i}{1 - \beta_i A_i} = \frac{A_0 (1 + j\gamma x)}{(1 - \gamma x^2 + jx)^2 + \beta_0 A_0 (1 + j\alpha x)(1 + j\gamma x)},$$

iar

$$\frac{A_{ri}}{A_{r0}} = \frac{(1 + \beta_0 A_0)(1 + j\gamma x)}{(1 - \gamma x^2 + jx)^2 + \beta_0 A_0 (1 + j\alpha x)(1 + j\gamma x)}.$$

În modul

$$\left| \frac{A_{ri}}{A_{r0}} \right|^2 = \frac{M}{N}$$

unde

$$M = (1 + \beta_0 A_0)^2 (1 + 2\gamma^2 x^2 + \gamma^4 x^4),$$

$$N = (1 + \beta_0 A_0)^2 + x^2 \{ [2 + \beta_0 A_0 (\alpha + 2\gamma)]^2 - 2(1 + \beta_0 A_0) [1 + \gamma^2 \beta_0 A_0 + 2\gamma (1 + \alpha \beta_0 A_0)] \} +$$

$$+ x^4 \{ 2\gamma^2 (1 + \beta_0 A_0) - 2 [2 + \beta_0 A_0 (\alpha + 2\gamma)] (2\gamma + \gamma^2 \alpha \beta_0 A_0) + [1 + \gamma^2 \beta_0 A_0 + 2\gamma (1 + \alpha \beta_0 A_0)]^2 \} +$$

$$+ x^6 \{ (2\gamma + \gamma^2 \alpha \beta_0 A_0)^2 - 2\gamma^2 [1 + \gamma^2 \beta_0 A_0 + 2\gamma (1 + \alpha \beta_0 A_0)] \} + x^8 \gamma^4.$$

APENDICE E. Răspunsul repetorului catodic la frecvențe înalte.
Notînd

$$Z_3 = \frac{1}{j\omega c_3}$$

și

$$Z_{k1} = Z_{k1} + Z_{k2} = \frac{R_{k1}}{1 + j\delta x} + \frac{R_{k3}}{1 + j\alpha x} = \frac{R_{k3}(1 + j\delta x) + R_{k1}(1 + j\alpha x)}{1 - \alpha\delta x^2 + j(\alpha + \delta) x} =$$

$$= R_k \frac{1 + j\left(\frac{R_{k3}}{R_k} \delta + \frac{R_{k1}}{R_k} \alpha \right) x}{1 - \alpha\delta x^2 + j(\alpha + \delta) x} = R_k \frac{1 + j\varepsilon x}{1 - \alpha\delta x^2 + j(\alpha + \delta) x}$$

amplificarea repetorului se scrie

$$A_{3i} = \frac{\mu_3}{\mu_3+1} \cdot \frac{\dfrac{Z_3 Z_k}{Z_3+Z_k}}{R'_{i3} + \dfrac{Z_3 Z_k}{Z_3+Z_k}} = \frac{\mu_3}{\mu_3+1} \cdot \frac{1}{1+\dfrac{R'_{i3}(Z_3+Z_k)}{Z_3 Z_k}} =$$

$$= \frac{\mu_3}{\mu_3+1} \cdot \frac{1}{1 + j\eta x + \rho \dfrac{1 - \alpha\delta x^2 + j(\alpha+\delta)x}{1 + j\varepsilon x}}.$$

Amplificarea repetorului în bandă este

$$A_{30} = \frac{\mu_3}{\mu_3+1} \cdot \frac{1}{1+\rho}.$$

Cu

$$\beta_0 \ll 1, \qquad \varepsilon \cong \delta$$

şi deci

$$\frac{A_{3i}}{A_{30}} = \frac{1+\rho}{1 + j\eta x + \rho \dfrac{1 - \alpha\delta x^2 + j(\alpha+\delta)x}{1 + j\delta x}}.$$

Apendice F. Caracteristica de frecvenţă a circuitului cu inductanţe în plăci, compensare capacitivă şi luînd în considerare influenţa repetorului catodic.

Cu $\delta = 0$, amplificarea repetorului devine

$$A_{3i} = A_{30} \frac{1+\rho}{1+\rho+j(\eta+\rho\alpha)x} = \frac{1}{1+j\theta x},$$

iar amplificarea circuitului fără reacţie de tensiune

$$A_i = A'_{1i} A_{2i} A_{3i} = A_0 \left(\frac{1+j\gamma x}{1-\gamma x^2 + jx}\right)^2 \frac{1}{1+j\theta x},$$

unde

$$A_0 = A'_{10} A_{20} A_{30}.$$

Amplificarea cu reacţie este

$$A_{ri} = \frac{A_i}{1-\beta_i A_i} = A_0 \frac{(1+j\gamma x)^2}{(1-\gamma x^2+jx)^2 (1+j\theta x) + \beta_0 A_0 (1+j\gamma x)(1+j\alpha x)}$$

şi deci

$$\frac{A_{ri}}{A_{r0}} = \frac{(1+\beta_0 A_0)(1+j\gamma x)^2}{(1-\gamma x^2+jx)^2 (1+j\theta x) + \beta_0 A_0 (1+j\gamma x)^2 (1+j\alpha x)}.$$

În modul

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{M}{P}$$

unde

$$M = (1 + \beta_0 A_0)^2 (1 + 2\gamma^2 x^2 + \gamma^4 x^4)$$

$$P = (1 + \beta_0 A_0)^2 + x^2 \{ [2 + \theta + \beta_0 A_0 (\alpha + 2\gamma)]^2 - 2 (1 + \beta_0 A_0) [1 + 2\gamma + 2\theta + \gamma (\gamma + 2\alpha) \beta_0 A_0] \} + x^4 \{ 2\gamma (\gamma + 2\theta) (1 + \beta_0 A_0) - 2 [2 + \theta + (\alpha + 2\gamma) \beta_0 A_0] [2\gamma (1 + \theta) + \theta + \gamma^2 \alpha\beta_0 A_0] + [1 + 2\gamma + 2\theta + \beta_0 A_0 \gamma (\gamma + 2\alpha)]^2 \} + x^6 \{ [2\gamma (1 + \theta) + \theta + \gamma^2 \alpha\beta_0 A_0]^2 - 2\gamma(\gamma + 2\theta) [1 + 2\theta + 2\gamma + \beta_0 A_0 \gamma (\gamma + 2\alpha)] \} + x^8 \{ 2 [2\gamma (1 + \theta) + \theta + \gamma^2 \alpha\beta_0 A_0] \gamma^2 \theta + \gamma^2 (\gamma + 2\theta)^2 \} + x^{10} \gamma^4 \theta^2.$$

APENDICE G. Caracteristica de frecvență a circuitului cu dublă compensare capacitivă.

Amplificarea primului etaj este

$$A'_{1i} = \frac{S_1 Z_1}{1 + S_{k1} Z_{k1}} = \frac{S_1 R_1 \dfrac{1}{1 + jx}}{1 + S_{k1} R_{k2} \dfrac{1}{1 + j\delta x}} = A'_{10} \frac{1 + j\delta x}{1 + jx} \cdot \frac{1}{1 + j \dfrac{\delta}{1 + S_{k1} R_{k1}} x} =$$

$$= A'_{10} \frac{1 + j\delta x}{1 + jx} \cdot \frac{1}{1 + j\nu x} .$$

Cu

$$A_{2i} = A_{20} \frac{1}{1 + jx}$$

rezultă

$$A_i = A_0 \frac{1 + j\delta x}{1 + j\nu x} \cdot \frac{1}{(1 + jx)^2} .$$

Factorul de reacție are expresia

$$\beta_i = - \frac{\dfrac{R_{k1}}{1 + j\omega R_{k1} C_{k1}}}{\dfrac{R_{k1}}{1 + j\omega C_{k1} R_{k1}} + \dfrac{R_{k3}}{1 + j\omega C_{k3} R_{k3}}} =$$

$$= - \frac{R_{k1}}{R_{k1} + R_{k3}} \cdot \frac{1 + j\alpha x}{1 + \dfrac{R_{k1}}{R_{k1} + R_{k3}} j\alpha x + \dfrac{R_{k3}}{R_{k1} + R_{k3}} j\delta x} = - \beta_0 \frac{1 + j\alpha x}{1 + j\varepsilon x}$$

și deci

$$A_{ri} = \frac{A_i}{1 - \beta_i A_i} = \frac{A_0 \dfrac{1 + j\delta x}{1 + j\nu x} \cdot \dfrac{1}{(1 + jx)^2}}{1 + \beta_0 A_0 \cdot \dfrac{1 + j\delta x}{1 + j\nu x} \cdot \dfrac{1}{(1 + jx)^2} \cdot \dfrac{1 + j\alpha x}{1 + j\varepsilon x}} .$$

Cu $\varepsilon \cong \delta$

$$A_{ri} = \frac{A_0 (1 + j\delta x)}{(1 + j\nu x) (1 + jx)^2 + \beta_0 A_0 (1 + j\alpha x)} ,$$

iar

$$\frac{A_{ri}}{A_{r0}} = \frac{(1+\beta_0 A_0)(1+j\delta x)}{(1+j\nu x)(1+jx)^2 + \beta_0 A_0 (1+j\alpha x)}.$$

În modul

$$\left|\frac{A_{ri}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{Q}{R}$$

unde

$$Q = (1+\beta_0 A_0)^2 (1+\delta^2 x^2)$$
$$R = (1+\beta_0 A_0)^2 + x^2 [(2+\nu+\alpha\beta_0 A_0)^2 - 2(1+2\nu)(1+\beta_0 A_0)] + x^4 [(1+2\nu)^2 - 2\nu(2+\nu+\alpha\beta_0 A_0)] + x^6 \nu^2.$$

Apendice H. Ecuația caracteristicii de frecvență a circuitului la frecvențe joase.

Amplificarea primului etaj este

$$A_{1j} = A_{10} \frac{R_{g1}}{R_{g1} + \frac{1}{j\omega C_{g1}}} = A_{10} \frac{z}{z-j},$$

iar al celui de-al doilea

$$A_{2j} = A_{20} \frac{R'_{g2}}{R'_{g2} + \frac{1}{j\omega C_{g2}}} = A_{20} \frac{\tau z}{\tau z - j}.$$

Rezultă

$$A_j = A_{1j} A_{2j} = A_{10} \cdot A_{20} \frac{\tau z^2}{\tau z^2 - 1 - jz(1+\tau)}$$

Cu $\beta_j = -\beta_0$ se obține

$$A'_{rj} = \frac{A_j}{1-\beta_j A_j} = \frac{A_0 \tau z^2}{(1+\beta_0 A_0)\tau z^2 - 1 - jz(1+\tau)}$$

și deci

$$\frac{A'_{rj}}{A_{r0}} = \frac{(1+\beta_0 A_0)\tau z^2}{(1+\beta_0 A_0)\tau z^2 - 1 - jz(1+\tau)}.$$

Luînd în considerare efectul circuitului $R'_g - C'_g$ de la intrare, amplificarea normată a ansamblului devine

$$\frac{A_{rj}}{A_{r0}} = \frac{(1+\beta_0 A_0)\tau z^2}{(1+\beta_0 A_0)^2 \tau z^2 - 1 - jz(1+\tau)} \cdot \frac{\tau' z}{\tau' z - j} =$$
$$= \frac{(1+\beta_0 A_0)\tau\tau' z^3}{[(1+\beta_0 A_0)\tau z^2 - 1]\tau' z - (1+\tau) z - j[(1+\beta_0 A_0)\tau z^2 - 1 + \tau' z^2 (1+\tau)]},$$

iar în modul

$$\left|\frac{A_{rj}}{A_{r0}}\right|^2 = \frac{S}{T}$$

unde

$$S = [(1+\beta_0 A_0)\tau\tau']^2 z^6$$
$$T = [(1+\beta_0 A_0)\tau\tau']^2 z^6 + \{\tau^2[(1+\beta_0 A_0)^2 + \tau'^2] - 2\tau\tau'^2\beta_0 A_0 + \tau'^2\} z^4 + [\tau^2 - 2\tau\beta_0 A_0 + 1 + \tau'^2] z^2 + 1.$$

ОБ ОДНОМ ВИДЕОУСИЛИТЕЛЕ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ НАПРЯЖЕНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящем сообщении рассматривается поведение схемы с 3 лампами с отрицательной обратной связью, работающей как видеоусилитеоль. Указываются возможности улучшения характеристик схемы в области высоких частот введением 2 индуктивных элементов или, проще, двойной емкостной компенсацией. Рассматривается также влияние катодного повторителя на характеристики усилителя. Что касается поведения схемы в области нижних частей, то анализируются соотношения различных постоянных времени схемы для получения оптимальных условий работы.

SUR UN AMPLIFICATEUR DE BANDE LARGE À RÉACTION NÉGATIVE DE TENSION

(RÉSUMÉ)

Dans cet article on étudie le fonctionnement de l'amplificateur à trois tubes, à contreréaction, comme amplificateur video. On démontre à la fois qualitativement et quantitativement comment on peut améliorer la réponse du circuit dans la partie haute fréquence par l'introduction de deux éléments inductifs ou, plus simplement, par une double compensation capacitive. On étudie également l'influence du troisième tube, le cathode follower, sur les performances de l'amplificateur. Quant à la réponse dans la partie basse fréquence, on y fait une analyse des relations qui doivent exister entre les différentes constantes de temps du circuit afin d'obtenir la meilleure réponse.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Elmore a. M. Sands, *Electronics. Experimental Techniques.* Mc Graw-Hill, New York, 1949.
2. R. Génin, *Electronique et Physique Nucléaire.* Paris, 1953.
3. F. A. Everest a. H. R. Johnston, *The Application of the Feedback to Wide-band Amplifiers.* P. I. R. E., februarie 1940.
4. J. Wheeler, *Wide-band Amplifiers for Television.* P. I. R. E., 1939, p. 429.
5. J. E. Flood, *Negative Feedback Amplifiers.* Wireless Engeneering, 1950, p. 201.
6. G. B. Braude, *Korrekțiia șirokopolosnih usilitelei.* Jurnal Tehniceskoi Fiziki, 1934, nr. 9—10.
7. O. B. Lurie, *Usiliteli videoceastotî.* Sovetskoe Radio, Moscova, 1955.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 3, 1956

CORECŢII RADIATIVE LA EFECTUL COMPTON *)

DE

C. EFTIMIU

Calculul corecţiilor radiative la formula lui Klein-Nishina are deja o mică istorie în literatura electrodinamicii cuantice. Primele lucrări tratînd această problemă au fost efectuate de D. Feldman şi J. Schwinger [1] în anul 1949 şi de M. R. Schafroth [2]. Aceste lucrări nefiind întru totul satisfăcătoare, L. Brown şi R. P. Feynman [3] au întreprins la rîndul lor calculul corecţiilor radiative în anul 1952. Acest din urmă calcul, deşi apărut după publicarea procedeului de extracţie al lui F. Dyson [4], foloseşte tot vechiul procedeu de regularizare al lui Feynman, elaborat în anul 1948 [5] şi dezvoltat în lucrări ulterioare [6].

Din lucrarea lui Brown şi Feynman două lucruri ne-au atras atenţia îndeosebi:

În primul rînd, metoda de regularizare întrebuinţată este de tip Pauli-Villars [7] cu o singură masă auxiliară şi cu regularizarea numai a propagatorului fotonic. După cum se ştie, metoda lui Pauli-Villars nu permite obţinerea unor rezultate univoc determinate, însăşi această particularitate fiind folosită de autori pentru a regăsi atît rezultatul lui Wentzel, cît şi rezultatul lui Schwinger, în problema polarizării vidului. Pentru a obţine rezultate univoc determinate, trebuie sau să folosim procedeul de extracţie al lui Dyson, sau, după cum au arătat Bogoliubov şi Şirkov [8] să utilizăm metoda de regularizare a lui Pauli-Villars, prevăzînd-o însă cu anumite condiţii suplimentare, care din considerente de ordin fizic, trebuie să fie tocmai condiţiile de tip Dyson. Cu această din urmă precauţie, cele două metode conduc la acelaşi rezultat, bine determinat, oricît de complicat ar fi procesul de difuzie studiat [9]. Formal, singura deosebire dintre cele două metode pare a fi faptul că, în timp ce metoda lui Dyson preconizează extragerea unor termeni divergenţi la limita impulsurilor virtuale mari, în metoda lui Pauli-Villars aceste divergenţe nu mai apar, funcţiile Green fiind regularizate prin introducerea maselor auxiliare, dar apare în schimb o nedeterminare la separarea părţilor finite din expresiile divergente pentru mase auxiliare mari. Introducînd însă în metoda de regularizare a lui Pauli-Villars condiţiile suplimentare de tip Dyson, expresiile obţinute coincid cu cele obţinute prin metoda lui Dyson, pentru că — prin însăşi esenţa metodei Pauli-Villars —momentul în care se trece la limita masselor auxiliare mari este indiferent.

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 14 aprilie 1956.

Folosirea însă a metodei Pauli-Villars, necompletată cu condiții suplimentare — așa cum apare în lucrarea lui Brown și Feynman — nu conduce la rezultate bine determinate.

În al doilea rînd, printre corecțiile radiative considerate de Brown și Feynman, figurează și acelea care sînt legate de energia proprie a unui electron liber. Principial, această considerare nu este mai justificată decît aceea a corecțiilor legate de energia proprie a unui foton liber, pe care înșiși autorii le ignoră. După cum se știe, în lumina principiului de renormare a masei și a sarcinii, ambele corecții trebuie considerate nule.

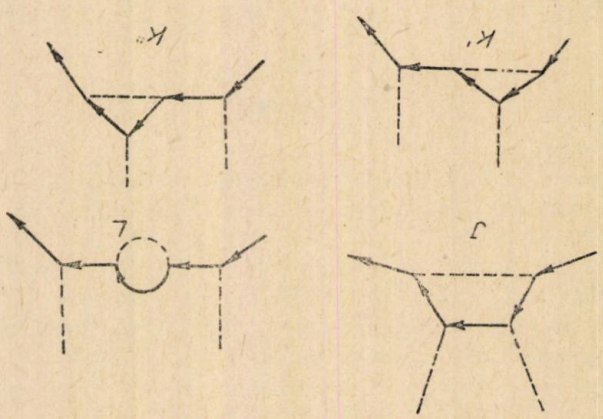


Fig. 1

Aceste două observații ne-au determinat să refacem calculul corecțiilor radiative la efectul Compton, folosind, de exemplu, metoda lui Dyson și lăsînd de o parte corecția de energie proprie a electronului liber.

Spre surprinderea noastră însă, calculul, foarte laborios, ne-a condus la rezultatul obținut de Brown și Feynman. Scopul articolului de față este tocmai de a explica această coincidență, care nu este banală.

Corecțiile radiative la formula lui Klein-Nishina sînt descrise de următoarele diagrame Feynman (fig. 1).

Notațiile, pe care le vom folosi în cele ce urmează, coincid cu cele din cartea de *Electrodinamică cuantică* a lui Ahiezer și Berestețki. Astfel, vom nota cu p_1 și p_2, respectiv cu k_1 și k_2, 4 — impulsurile inițiale și finale ale electronului, respectiv fotonului, iar cu u și e amplitudinile spinoriale și vectoriale respective. Elementele de matrice corespunzătoare diagramelor de mai sus se vor scrie atunci sub forma

$$\frac{e^4}{2\sqrt{\omega_1\omega_2}}\,\bar{u}_2 J u_1\,\delta(p_1+k_1-p_2-k_2),$$

în care

$$J=\int\gamma_\nu\frac{i(\hat{p}_2-\hat{k})-m}{(p_2-k)^2+m^2}\,\hat{e}_2\,\frac{i(\hat{p}_3-\hat{k})-m}{(p_3-k)^2+m^2}\,\hat{e}_1\,\frac{i(\hat{p}_1-\hat{k})-m}{(p_1-k)^2+m^2}\,\gamma_\nu\,\frac{d^4k}{k^2}\,.$$

$$\frac{e^4}{2\sqrt{\omega_1\omega_2}}\,\bar{u}_2 L u_1\,\delta(p_1+k_1-p_2-k_2),$$

unde

$$L = \frac{1}{(p_3^2 + m^2)^2}\, \hat{e}_2\, (i\hat{p}_3 - m)\, \Sigma\, (\hat{p}_3)\, (i\hat{p}_3 - m)\, \hat{e}_1\,,$$

în care

$$\Sigma\, (\hat{p}_3) = \int \gamma_\nu \frac{i\, (\hat{p}_3 - \hat{k}) - m}{(p_3 - k)^2 + m^2}\, \gamma_\nu \frac{d^4k}{k^2}\,.$$

$$\frac{e^4}{2\sqrt{\omega_1\omega_2}}\, \bar{u}_2\, K' u_1\, \delta(p_1 + k_1 - p_2 - k_2),$$

în care

$$K' = \frac{1}{p_3^2 + m^2}\, \hat{e}_2\, (i\hat{p}_3 - m)\, \Lambda^{(1)}\, (\hat{p}_3, \hat{p}_1)\,.$$

$$\frac{e^4}{2\sqrt{\omega_1\omega_2}}\, \bar{u}_2\, K'' u_1 \delta(p_1 + k_1 - p_2 - k_2),$$

unde

$$K'' = \frac{1}{p_3^2 + m^2}\, \Lambda^{(2)}\, (\hat{p}_2, \hat{p}_3)\, (i\hat{p}_3 - m)\, \hat{e}_1\,,$$

în care

$$\Lambda^{(k)}\, (\hat{p}, \hat{q}) = \int \gamma_\nu \frac{i(\hat{p} - \hat{k}) - m}{(p - k)^2 + m^2}\, \hat{e}_k\, \frac{i(\hat{q} - \hat{k}) - m}{(q - k)^2 + m^2}\, \gamma_\nu \frac{d^4k}{k^2}\,.$$

În aceste expresii, am notat cu $\gamma_\nu = \gamma_\nu^+$ ($\nu = 1, \ldots, 4$) matricile lui Dirac, cu $\hat{p} = \gamma_\mu p_\mu$ (ecuația lui Dirac pentru un electron liber se scrie $(i\hat{p} + m)\, \psi = 0$ — lucrăm cu un sistem de unități în care $\hbar = c = 1$), iar cu $p_3 = p_1 + k_1 = p_2 + k_2$.

Dacă notăm cu R suma

$$R = J + L + K' + K''$$

și cu S aceeași sumă în care figurează aceleași matrici, însă cu impulsurile fotonilor permutate între ele, secțiunea eficace diferențială a efectului Compton cu corecții radiative se va scrie

$$d\sigma = \frac{e^4}{4\omega_1\omega_2} \left| \bar{u}_2 \left[Q + \frac{e^2}{(2\pi)^4 i}\, (R + S) \right] u_1 \right|^2 \frac{d\vec{p}_2\, d\vec{k}_2}{(2\pi)^2 j}\, \delta\, (p_1 + k_1 - p_2 - k_2),$$

unde Q este matricea care conduce la formula lui Klein-Nishina, ω este energia fotonului, iar j este fluxul de particule difuzate (fotonul). Dintre elementele sumei R este clar că J nu poate conduce la dificultăți, întrucît integralele sale sînt convergente. Partea din R care conține catastrofa ultravioletă este deci

$$R' = L + K' + K'' = \frac{1}{(p_3^2 + m^2)^2}\, \hat{e}_2 (i\hat{p}_3 - m)\, \sum\, (\hat{p}_3)\, (i\hat{p}_3 - m)\, \hat{e}_1 +$$

$$+ \frac{1}{p_3^2 + m^2}\, \hat{e}_2\, (i\hat{p}_3 - m)\, \Lambda^{(1)}\, (\hat{p}_3,\, \hat{p}_1) + \frac{1}{p_3^2 + m^2}\, \Lambda^{(2)}\, (\hat{p}_2,\, \hat{p}_3)\, (i\hat{p}_3 - m)\, \hat{e}_1\,.$$

Urmînd procedeul lui Dyson, va trebui să înlocuim integralele divergente Σ și Λ prin

$$\sum\nolimits_{\text{reg}}(\hat{p}_3) = \sum(\hat{p}_3) - \sum(im) - (p_{3\mu} - p^0_\mu)\left(\frac{\partial \sum(\hat{p})}{\partial p_\mu}\right)_{\hat{p}=im} =$$

$$= \sum(\hat{p}_3) - \sum(im) - i\,\Lambda(im, im)\,(\hat{p}_3 - im),$$

$$\leftarrow \Lambda^{(k)}_{\text{reg}}(\hat{p}, \hat{q}) = \Lambda^{(k)}(\hat{p}, \hat{q}) - \Lambda^{(k)}(im, im).$$

Astfel, R' devine

$$R'_{\text{reg}} = \frac{1}{(p_3^2 + m^2)^2}\,\hat{e}_2\,(i\hat{p}_3 - m)\left[\sum(\hat{p}_3) - \sum(im)\right](i\hat{p}_3 - m)\,\hat{e}_1 +$$

$$+ \frac{1}{(p_3^2 + m^2)}\,\hat{e}_2\,(i\hat{p}_3 - m)\,\Lambda^{(1)}(\hat{p}_3, \hat{p}_1) + \frac{1}{p_3^2 + m^2}\,\Lambda^{(2)}(\hat{p}_2, \hat{p}_3)\,(i\hat{p}_3 - m)\,\hat{e}_1 -$$

$$- \frac{1}{p_3^2 + m^2}\,\Lambda(im, im)\,\hat{e}_2\,(i\hat{p}_3 - m)\,\hat{e}_1.$$

Comparînd acum această expresie cu cea dată de B r o w n și F e y n m a n, observăm că termenii în Σ coincid (termenul $\Sigma(im)$ a fost extras scriind propagatorul electronic sub forma $\dfrac{1}{i\hat{p}_3 + m + \Delta m}$), însă termenul $\Lambda(im, im)$ lipsește. În schimb, apar matricile corespunzătoare diagramelor din figura 2

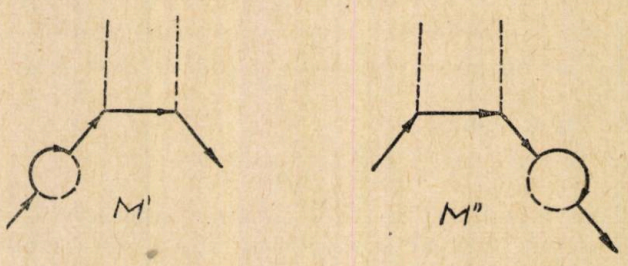


Fig. 2

și pe care noi le-am ignorat din considerente de renormare. Contribuția fiecărei astfel de diagrame — care trebuie să se adune la R' — este, după B r o w n și F e y n m a n, egală cu

$$M = \frac{\pi^2 i}{2}\left[A_0 - \frac{9}{2} + 4\log\frac{m}{\lambda} + 2\log m\right]\frac{\hat{e}_2\,(i\hat{p}_3 - m)\,\hat{e}_1}{p_3^2 + m^2},$$

unde λ este masa de repaus atribuită temporar fotonului pentru a evita catastrofa infraroșie, iar A_0 o constantă logaritmic divergentă.

Dacă vom calcula acum mărimea $\Lambda(im, im)$ vom găsi

$$\Lambda(im, im) = \pi^2 i\left[A_0 - \frac{9}{2} + 4\log\frac{m}{\lambda} + 2\log m\right].$$

Cu alte cuvinte, se vede că a scrie pe R' sub forma

$$R'_{\text{reg}} = L_{\text{reg}} + K'_{\text{reg}} + K''_{\text{reg}}$$

este echivalent cu a-l scrie sub forma

$$R'_F = L' + K' + K'' + M' + M''$$

dacă avem însă grijă ca din $\Sigma(\hat{p}_3)$ să extragem $\Sigma(im)$.

Diagramele M' și M'' ar trebui astfel de fapt considerate nu corecții radiative, ceea ce ar atrage suprimarea lor, ci pur și simplu termeni de regularizare a unei părți de vîrf, adică satisfăcînd relația

$$K + M' + M'' = K_{\text{reg}}.$$

Privit din alt punct de vedere, coincidența rezultatelor exprimă de fapt echivalența a două moduri de lucruri distincte: sau considerăm masa m, cu care lucrăm, egală cu masa experimentală, folosind procedeul de extracție al lui Dyson, respectiv metoda de regularizare a lui Pauli-Villars cu condiții suplimentare, deci considerînd elementele de matrice corespunzătoare diagramelor M' și M'' nule, sau lucrăm cu masa experimentală egală cu $m + \Delta m$ (unde $\Delta m \sim \Sigma(im)$) întrebuințînd pentru regularizare metoda lui Pauli-Villars în forma ei brută, rezultatele vor fi aceleași și univoc determinate.

Acest rezultat se generalizează acum ușor la o diagramă oarecare, corespunzătoare unui proces de difuzie, considerat în ordinul cel mai mic și pentru care vrem să calculăm corecțiile radiative în ordinul imediat superior (presupunem că diagrama primitivă nu conține părți de vîrf sau părți de energie proprie). Dacă notăm cu F_e numărul liniilor electronice interioare și cu N_e numărul liniilor electronice exterioare, vom avea satisfăcută relația

$$2F_e + N_e = 2n,$$

unde n este numărul de noduri ale diagramei.

Corecțiile radiative, care nu conduc la divergențe sau care au înserate părți de energie proprie în liniile fotonice, nu ne interesează aici; vom presupune că ele au fost tratate separat. Dacă aplicăm metoda de scădere a lui Dyson, vom avea de considerat F_e diagrame cu părți de energie proprie electronice și n diagrame cu părți de vîrf. Făcînd extracțiile necesare vom obține expresii bine determinate, finite. Dacă luăm însă $m + \Delta m$ ca masă experimentală, va trebui să adăugăm la aceste corecții și N_e diagrame cu părți de energie proprie în linii electronice exterioare. În virtutea identității lui Ward, cele F_e diagrame vor furniza termeni care vor reduce F_e termeni proporționali cu $\Lambda(im, im)$ din diagramele cu părți vîrf. Prin urmare, dacă nu facem nici un fel de extracție, va trebui să avem niște termeni care să dea aceeași contribuție ca și $n - F_e$ termeni proporționali cu $\Lambda(im, im)$ care au rămas nereduși. Astfel de termeni sînt însă tocmai cei $\frac{N_e}{2} = n - F_e$ proveniți din diagramele adăugate.

În încheiere, ținem să exprimăm și pe această cale recunoștința noastră lui M. E. Mayer, pentru sfaturi și discuții care ne-au fost prețioase, precum și pentru neobositul interes arătat mersului lucrării.

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭФФЕКТУ КОМПТОНА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Показывается, что для любого данного процесса рассеяния можно вычислить радиационные поправки либо считая массу m экспериментальной и пользуясь методом вычитания Дайсона (или методом регуляризации Паули-Вилларса с учетом дополнительных условий), то есть отбрасывая радиационные поправки ко внешним электронным линиям, либо считая $m + \Delta m$ экспериментальной массой (где $\Delta m \sim \Sigma(im)$) и пользуясь методом регуляризации Паули-Вилларса без дополнительных условий и рассматривая радиационные поправки, связанные с собственной энергией свободных электронов как отличные от нуля.

RADIATIVE CORRECTIONS TO THE COMPTON EFFECT

(SUMMARY)

One proves that for a given scattering-process, the radiative corrections may be computed, either by considering the appearing mass equal to the experimental one and using Dyson's substraction method (or Pauli-Villars' method of regularization with supplementary conditions), i. e. by ignoring the radiative corrections on external electron lines, or by considering $m+\Delta m$ as an experimental mass (where $\Delta m \sim \Sigma(im)$), then using Pauli-Villars' method without any conditions and effectively introducing the radiative corrections related to the self energy of free electrons.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Feldman a. J. Schwinger, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 388.
2. M. R. Schafroth, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1111; Helv. Phys. Acta, 1949, t. 22, p. 392 şi 501.
3. L. Brown a. R. P. Feynman, Phys. Rev., 1952, t. 85, p. 231.
4. F. Dyson, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1736.
5. R. P. Feynman, Phys. Rev., 1948, t. 74, p. 939 şi 1430; Rev. Mod. Phys., 1948, t. 20, p. 367.
6. — Phys. Rev., 1949, t. 76, p. 749 şi 769.
7. W. Pauli a. F. Villars, Rev. Mod. Phys., 1949, t. 21, p. 434.
8. N. N. Bogoliubov i D. V. Şirkov, U.F.N., 1955, t. 57, p. 3.
9. Abdus Salam, Phys. Rev., 1951, t. 82, p. 217.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 3, 1956

PROPRIETĂŢILE ASIMPTOTICE ALE GAZELOR REALE ŞI ECUAŢIA LOR DE STARE *)

DE

N. J. IONESCU-PALLAS

I. ANALIZA CONDIŢIILOR LA LIMITĂ

Se ştie că energia internă a unui gaz nu poate fi considerată ca o funcţie caracteristică, din care să se poată deduce mărimile ce-i definesc starea de echilibru termodinamic, atît timp cît ne mărginim la cele două principii ale termodinamicii — al energiei şi al entropiei — deoarece expresiile matematice rezultate din cele două principii leagă energia internă de proprietăţile intensive ale gazului (presiune) şi de cele extensive (volum) sub forma unei ecuaţii diferenţiale cu derivate parţiale de ordinul I, pentru a cărei rezolvare sînt necesare condiţii la limită.

Este de asemenea ştiut că principiul al III-lea (legea căldurii) este un principiu care — fixînd valoarea entropiei pentru temperatura zero absolut — joacă tocmai rolul unei atare condiţii Folosirea principiului al III-lea pentru obţinerea ecuaţiei de stare $p = p\,(V,\ T)$ nu este totuşi avantajoasă din punct de vedere practic, deoarece el este expresia unor proprietăţi ale materiei la temperaturi foarte joase şi pentru a regăsi pe această cale proprietăţile asimptotice ale gazelor **) (aşa-zisele legi ale gazelor perfecte) valabile pentru temperaturi absolute relativ mari, ar fi necesară o expresie foarte precisă pentru funcţia energie $E\,(T,\ V)$ pe o scară mare de temperaturi.

Dificultatea poate fi înlăturată dacă se vor considera drept condiţii la limită nu cele scoase din principiul al III-lea ($T \to 0$), ci generalizarea legilor gazelor perfecte pentru gaze reale (proprietăţi asimptotice pentru $\frac{1}{T} \to 0$ sau $\frac{1}{V} \to 0$), iar avantajul net al acestei metode este — aşa cum vom vedea în lucrarea de faţă — acela de a putea obţine anumite aproximaţii ale ecuaţiei de

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 4 aprilie 1956.

**) De subliniat că dezvoltarea în serie a expresiilor care reprezintă proprietăţi asimptotice, după puterile variabilelor respective (serii asimptotice) pot să nu coincidă cu dezvoltările Taylor corespunzătoare şi să fie chiar divergente, fără ca concluziile ce se referă la proprietăţile limită să fie infirmate cu ceva, dacă sînt îndeplinite condiţiile destul de largi ale ui Stieltjes.

stare, foarte familiare și utile, pe o cale pur termodinamică, fără ipoteze speciale asupra funcției $E(T, V)$ *).

Aceste generalizări ale legilor gazelor perfecte le voi face plauzibile prin considerații de mecanică statistică și experiențe.

Bineînțeles că, datorită simetriei formale între relațiile care se referă la sistemul respectiv, cînd volumul este considerat parametru intern și cele cînd presiunea este considerată ca atare (sistem lărgit), vor exista două grupe de proprietăți asimptotice (o grupă fiind consecința matematică a celeilalte) precum și două expresii finale pentru ecuația de stare. Trecerea de la expresiile corespunzătoare sistemului restrîns la cele corespunzătoare sistemului lărgit se face prin următoarea transformare: se înlocuiește E cu H (entalpia), $-p$ cu V, $-\frac{\partial}{\partial p}$ cu $\frac{\partial}{\partial V}$ etc. În calculele care vor urma, voi considera mereu cele două aspecte ale relațiilor termodinamice, încît fiecare treaptă a demonstrației va conține cîte două ecuații ce se găsesc între ele în raportul definit de transformarea formală de mai sus.

Să cercetăm acum proprietățile asimptotice ale gazelor. Vom avea, conform *legilor gazelor perfecte* și a împărțirii de mai sus în cele două aspecte, două grupe de proprietăți pentru gazele ideale:

(I) Pentru sistemul restrîns:
  (1) Legea lui Gay-Lussac $p = p_0(1 + \alpha t)$
  (2) Legea lui Joule $E = f(t)$

(II) Pentru sistemul lărgit:
  (1) Legea lui Charles $V = V_0(1 + \alpha t)$
  (2) Legea Joule-Boyle $H = g(t)$

În afară de acestea patru cu caracter dual, se mai pot adăuga încă 2 fără acest caracter.

(III) Proprietăți fără caracter dual:
  (1) Legea lui Boyle-Mariotte $pV = h(t)$
  (2) Legea lui J. R. Mayer $C_p - C_v = \text{const.}$

Toate cele 6 relații se pot condensa într-una singură $pV = (C_p - C_v)\,T$ cu $T = \frac{1}{\alpha} + t$ (temperatura absolută) și $C_p - C_v = \text{const.}$ Pentru gaze reale aceste legi trebuie modificate sub forma următoare:

(I) Pentru sistemul restrîns:
  (1) Analogul legii lui Gay-Lussac $\lim_{(p,\,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)$ există
  (2) Analogul legii lui Joule $\lim_{\left(V,\frac{1}{p}\right)\to\infty} E(T, V)$ există

(II) Pentru sistemul lărgit:
  (1) Analogul legii lui Charles $\lim_{(V,\,T)\to\infty}\left(\frac{V}{T}\right)$ există
  (2) Analogul legii lui Joule-Boyle $\lim_{\left(p,\frac{1}{V}\right)\to 0} H(T, p)$ există

*) Trebuie considerat că proprietățile asimptotice despre care este vorba sînt în mod practic atinse la o temperatură mare însă situată sub limita la care sistemul și-ar putea schimba structura sa corpusculară.

(III) Proprietăți fără caracter dual *):

(1) Analogul legii Boyle-Mariotte $\lim_{\left(V,\frac{1}{p}\right)\to\infty} (pV)$ există

(2) Analogul legii lui J. R. Mayer $\begin{cases} \lim\limits_{T\to\infty} (C_p - C_v) \text{ există (atît pentru } [T,p]\to\infty \text{ cît și pentru } [T,V]\to\infty) \\ \lim\limits_{\left(V,\frac{1}{P}\right)\to\infty} (C_p - C_v) = \text{const.} \end{cases}$

Notația introdusă la scrierea limitelor este pentru a desemna variabilele care tind simultan spre limita respectivă. Justificarea dreptului de a scrie $\left(V,\frac{1}{p}\right)\to\infty$ o voi da ulterior.

Încep cu justificarea generalizării (III, 1). Folosesc mecanica statistică clasică, luînd pentru hamiltonianul gazului expresia

$$H(p_i, q_i) = E(p_i) + U(q_i) \tag{1}$$

și vom presupune existența unor interacții între atomi (molecule) determinate numai de forțe centrale (limitare esențială valabilă, cu siguranță, numai pentru gaze nobile de atomi în stări S, cînd $U_{ij} \sim -\frac{1}{R_{ij}^6}$ pentru $R_{ij}\to\infty$). Formula care leagă presiunea de temperatura absolută și volum are forma implicită:

$$p = kT\frac{\partial}{\partial V}\ln\iint\cdots\int e^{-\frac{U(q_i)}{kT}}(dV)^N \tag{2}$$

Integrala n-plă se poate scrie sub forma $V^N + C_1 V^{N-1} + C_2 V^{N-2} + \cdots + C_{N-1} V$, unde $C_i\,(i = 1,2,\ldots N-1)$ este funcție de temperatură și pune în evidență interacția simultană între $(i+1)$ particule. La volume mari fiind îndeplinită condiția

$$1 \gg \frac{C_1}{V} \gg \frac{C_2}{V^2} \gg \ldots \gg \frac{C_{N-1}}{V^{N-1}},$$

putem scrie (2), în forma corespunzătoare sistemului restrîns, astfel

$$p = \frac{a_1}{V} + \frac{a_2}{V^2} + \frac{a_3}{V^3} + \ldots \text{ (unde } a_i = a_i(T)) \tag{2'}$$

sau, în cea corespunzătoare sistemului lărgit

$$V = \frac{a_1}{p} + \frac{a_2}{a_1} + \left(\frac{a_3}{a_1^2} - \frac{a_2^2}{a_1^3}\right)p + \ldots \tag{2''}$$

Pentru a fi îndeplinită inegalitatea termodinamică $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T < 0$ (necesară pentru

*) Interesant de observat că pe cînd analogul lui (III, 1) conduce la o proprietate limită unică, analogul lui (III, 2) conduce la două proprietăți limită ce se găsesc între ele în raportul definit de transformarea $p \to V$ și la o a treia invariantă față de această transformare.

stabilitatea echilibrului) la volume oricît de mari, trebuie ca $a_1 > 0$. Pe expresia 2′ sau 2″ am obținut și justificarea dreptului de a scrie $\lim_{\left(p, \frac{1}{V}\right) \to 0} (<)$, adică a faptului că la rarefierea izotermă extremă presiunea este nulă.

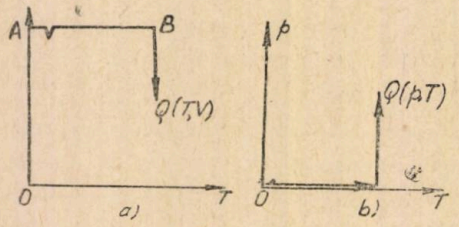


Fig. 1

Demonstrația extinderilor (I, 1) și (II, 2) rezultă direct din demonstrația de mai sus a lui (III, 1).

Scriem expresiile diferențiale ale energiei și ale entalpiei

$$dE = C_v\, dT + \frac{\partial E}{\partial V} dV \qquad (3)$$

$$dH = C_p\, dT + \frac{\partial H}{\partial p} dp \qquad (3')$$

și le integrăm, prima pe conturul din figura 1, *a*, iar a doua pe cel din figura 1, *b*; rezultă:

$$E = E(0,\infty) + \int_0^T C_{V_\infty}\, dT - \int_{\overset{\infty}{V}}^{\infty} \frac{\partial E}{\partial V} dV \qquad \left(E(0,\infty) = E_{\substack{T=0 \\ V=\infty}}\right) \qquad (4)$$

$$H = H(0,0) + \int_0^T C_{p_0}\, dT + \int_0^p \frac{\partial H}{\partial p} dp \qquad \left(H(0,0) = H_{\substack{T=0 \\ p=0}}\right) \qquad (4')$$

(latura AB de pe conturul din figura 1, *a* a fost deplasată după integrare la infinit, paralel cu axa OT). Derivatele $\frac{\partial E}{\partial V}$ și $\frac{\partial H}{\partial p}$ le calculăm cu ajutorul relațiilor (2′) și (2″) pe care le introducem respectiv în

$$T \frac{\partial p}{\partial T} - p = \frac{\partial E}{\partial V}, \qquad (5)$$

$$V - T \frac{\partial V}{\partial T} = \frac{\partial H}{\partial p}. \qquad (5')$$

Rezultă

$$\frac{\partial E}{\partial V} = \left(T \frac{da_1}{dT} - a_1\right) \frac{1}{V} + \left(T \frac{da_2}{dT} - a_2\right) \frac{1}{V^2} + \left(T \frac{da_3}{dT} - a_3\right) \frac{1}{V^3} + \ldots \qquad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \left(a_1 - T \frac{da_1}{dT}\right) \frac{1}{p} + \left(\frac{a_2}{a_1} - T \frac{d\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}{dT}\right) +$$

$$+ \left\{\left(\frac{a_3}{a_1^2} - \frac{a_2^2}{a_1^3}\right) - T \frac{d\left(\frac{a_3}{a_1^2} - \frac{a_2^2}{a_1^3}\right)}{dT}\right\} p + \ldots \qquad (6')$$

Convergența integralelor din (4) și (4′) va fi realizată după introducerea expresiilor (6) și (6′) în ele dacă este îndeplinită relația

$$T\frac{da_1}{dT} - a_1 = 0 \tag{7}$$

(altfel ar diverge logaritmic). Relația (7) este însă satisfăcută dacă observăm că în expresia integralei n-ple din (2) coeficientul lui V^N este unu.

Concluziile despre existența limitelor $\lim_{\left(p, \frac{1}{V}\right)\to 0} E(T, V)$ și $\lim_{\left(p, \frac{1}{V}\right)\to 0} H(T, p)$ ne precizează în plus caracterul hiperbolic al tinderii la limită a energiei și caracterul liniar al tinderii la limită a entalpiei, așa cum rezultă din primii termeni nenuli ai dezvoltărilor din (6) și (6′); mai mult chiar, ne putem convinge, verificînd, că

$$L_1 = \lim_{V\to\infty} V\left(E - E(\infty)\right)_{T=\text{const.}}, \quad L_2 = \lim_{V\to\infty} V^2\left\{E - \left(E(\infty) + \frac{L_1}{V}\right)\right\}_{T=\text{const.}} \text{ etc.}$$

există și deci energia poate fi dezvoltată în serie asimptotică în jurul punctului $\left(\frac{1}{V}\right) = 0$. Același lucru despre entalpie, în jurul punctului $\left(\frac{1}{1/p}\right) = p = 0$.

Demonstrarea celei de-a 3-a limită din (III, 2) $\lim_{\left(p, \frac{1}{V}\right)\to 0} (C_p - C_v) = \text{const.}$

Demonstrația decurge de asemenea din existența limitelor analizate pînă aici. Scăzînd (4) din (4′) membru cu membru se obține

$$pV = H(0,0) - E(0, \infty) + \int_0^p \frac{\partial H}{\partial p}\,dp + \int_V^\infty \frac{\partial E}{\partial V}\,dV + \int_0^T (C_{p_0} - C_{v_\infty})\,dT; \tag{8}$$

membrul stîng al relației (8) se poate transforma folosind identitatea termodinamică

$$\left(p + \frac{\partial E}{\partial V}\right)\left(V - \frac{\partial H}{\partial p}\right) = (C_p - C_v)\,T \tag{9}$$

care se obține din cunoscuta relație a lui J. R. Mayer $(C_p - C_v) = T\frac{\partial p}{\partial T}\frac{\partial V}{\partial T}$ prin înlocuirea derivatelor $\frac{\partial p}{\partial T}$ și $\frac{\partial V}{\partial T}$ cu expresiile lor scoase din (5) și (5′). Scoțînd produsul (pV) din (9) și introducîndu-l în (8) stînga obținem — în baza faptului că $\lim_{\left(p, \frac{1}{V}\right)\to 0}\left(V\frac{\partial E}{\partial V}\right)$ și $\lim_{\left(p, \frac{1}{V}\right)\to 0}\left(p\frac{\partial H}{\partial p}\right)$ tind la zero (cum rezultă din (6), (6′) și (7)) — pentru $\left(p, \frac{1}{V}\right)\to 0$:

$$(C_{p_0} - C_{v_\infty})\,T = H(0,0) - E(0,\infty) + \int_0^T (C_p - C_{v_\infty})\,dT. \tag{10}$$

Ecuația (10) are soluția $(C_{p_0} - C_{p_\infty}) = \text{const.}$ și $H(0,0) = E(0,\infty)$. Am obținut totdeodată și transpunerea asimptotică, valabilă pentru gaze reale, a ecuației lui Clapeyron: $pV \sim (C_p - C_v)\ T$.
$p=0$

Au mai rămas de discutat limitele $\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)$, $\lim_{(V,T)\to\infty}\left(\frac{V}{T}\right)$ și celelalte două $\lim_{(p,T)\to\infty}(C_p - C_v)$, $\lim_{(V,T)\to\infty}(C_p - C_v)$.

Mă voi referi la aceeași formulă statistică (2) care leagă presiunea p de suma de stare $\Omega(T, V)$. Efectuînd o dezvoltare în serie a exponențialei (seria este rapid convergentă la T mare), putem scrie

$$p = c_1 T + c_2 + \frac{c_3}{T} + \ldots \text{ unde } c_i = c_i(T) \tag{11}$$

Din (11) rezultă că limita raportului $\left(\frac{p}{T}\right)_{(p,T)\to\infty}$ există și că dezvoltarea lui $\frac{p}{T}$ după puterile lui $\left(\frac{1}{T}\right)$ în jurul punctului $\left(\frac{1}{T}\right)=0$ este asimptotică (după procedeul existenței unor limite $L_1, L_2, \ldots$ ca în cazul energiei). Pentru a avea satisfăcute în același timp relațiile (2′) și (11) trebuie să punem

$$a_i = c_{i1} T + c_{i2} + \frac{c_{i3}}{T} + \cdots \tag{12}$$

Introducerea acestor expresii pentru a_i în ecuațiile (2′) și (2″) ne conduce la scrierea ecuației de stare sub următoarele două forme generale

$$p = \sum_{0}^{\infty}{}_{ij}\, a_{ij} \frac{T^{1-i}}{V^{1+j}};\quad V = \sum_{0}^{\infty}{}_{ij}\, b_{ij} \frac{T^{1-i}}{p^{1-j}}, \tag{13}$$

(unde am notat cu b_{ij} coeficienții mai complicați, funcție de diferiți a_{ij}). Din a doua ecuație (13) rezultă existența limitei $\lim_{(V,T)\to\infty}\left(\frac{V}{T}\right)$ și asimptoticitatea dezvoltării lui $\left(\frac{V}{T}\right)$ în jurul punctului $\left(\frac{1}{T}\right) = 0$.

În ceea ce privește valoarea limitelor considerate ale rapoartelor $\frac{p}{T}$ și $\frac{V}{T}$ se poate demonstra următoarea proprietate (generală tuturor gazelor):

Pe cînd limita $\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)$ depinde de modelul adoptat pentru atomi (molecule), limita $\lim_{(V,T)\to\infty}\left(\frac{V}{T}\right)$ nu depinde—și deci ecuația de stare în forma corespunzătoare sistemului lărgit va fi mult mai generală. Mai întîi se observă că toți a_{i0} și b_{i0} $(i = 1, 2, \ldots)$ trebuie să fie nuli pentru a scăpa de divergența logaritmică a integralelor din (4) și (4′) (se scriu ecuațiile (6) și (6′) cu expresiile lui p respectiv V din (13) și coeficienții singularităților în $\frac{1}{V}$ și $\frac{1}{p}$ trebuie să fie nuli).

Ecuațiile (13) pot fi scrise acum

$$p = T \sum_{0}^{\infty}{}_{ij} \frac{a_{0j}}{V^{1+j}} + \sum_{1}^{\infty}{}_{ij} a_{ij} \frac{T^{1-i}}{V^{1+j}}\,; \quad V = T \sum_{0}^{\infty}{}_{ij} \frac{b_{0j}}{p^{1-j}} + \sum_{1}^{\infty}{}_{ij} b_{ij} \frac{T^{1-i}}{p^{1-j}}\,. \tag{13'}$$

Din prima ecuație (13′) se găsește pentru mărimea limitei $\lim_{(V,T)\to\infty}\left(\frac{V}{T}\right)$ expresia a_{00}/p; din a doua ecuație (13′) rezultă pentru aceeași limită valoarea $b_{00}/p + b_{01} + b_{02}p + b_{03}p^2 + \ldots$ Identificînd cele două expresii obținute, avem: $a_{00} = b_{00}$ și $b_{0j} = 0$ $(j = 1, 2, \ldots)$, dar $a_{00} = b_{00}$ este coeficientul lui T din limita $\lim_{\left(p,\frac{1}{V}\right)\to 0}(pV)$ egal cu $C_{p_0} - C_{v_\infty}$. Așadar

$$\lim_{(V,T)\to\infty}\left(\frac{V}{T}\right) = \frac{C_{p_0} - C_{v_\infty}}{p} \quad \text{și} \quad V = (C_{p_0} - C_{v_\infty})\frac{T}{p} + \sum_{1}^{\infty}{}_{ij} b_{ij}\frac{T^{1-i}}{p^{1-j}}\,. \tag{14}$$

Limita celuilalt raport, $\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)$ depinde de model prin intermediul coeficienților a_{0j} care sînt diferiți de zero (se poate urmări provenienta acestor coeficienți din limitele funcțiilor $C_i(T)$ la $T \to \infty$ din suma de stare (2).

Principiul al III-lea face posibilă exprimarea, sub o formă generală a limitelor celor două rapoarte, dacă este dată energia internă $E(T, V)$ respectiv entalpia $H = H(T, p)$. Ca punct de plecare luăm expresiile ecuațiilor de stare $p = p(T, V)$ și $V = V(T, p)$ date de principiul al III-lea. Găsesc oportun aici de a schița demonstrația acestor expresii, dat fiind raritatea cu care se găsesc în literatura de specialitate*). Introducem notația $\Delta f(T, V) = f(T,V) - f(0,V)$ unde $f(T, V)$ este o funcție pentru care $f(0,V)$ există. Atunci, în virtutea relațiilor termodinamice $p = -\frac{\partial F}{\partial V}$, $F = E - TS$ și a principiului al III-lea, avem

$$p = -\frac{\partial E(0,V)}{\partial V} - \frac{\partial}{\partial V}(\Delta F) = -$$

$$-\frac{\partial E(0)}{\partial V} - \frac{\partial}{\partial V}\Delta\left\{E(0) + \int_0^T C_v\,dT - T\int_0^T \frac{C_v}{T}dT\right\};\ \Delta E(0) = 0$$

$$p = -\frac{\partial E(0)}{\partial V} - \frac{\partial}{\partial V}\Delta\left\{\int_0^T C_v\,dT - T\int_0^T \frac{C_v}{T}dT\right\} = -$$

$$-\frac{\partial E(0)}{\partial V} - \Delta\left\{\int_0^T \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)dT - T\int_0^T \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)\frac{dT}{T}\right\} \tag{15}$$

$$p = -\frac{\partial E(0)}{\partial V} - \left\{\Delta\frac{\partial E}{\partial V} - T\int_0^T \frac{\partial}{\partial T}\left(\Delta\frac{\partial E}{\partial V}\right)\frac{dT}{T}\right\} \text{ integrînd prin părți}$$

$$p = -\frac{\partial E(0)}{\partial V} + T\int_0^T \Delta\frac{\partial E}{\partial V}\frac{dT}{T^2}\,. \qquad \text{Prin transformarea de la } p \text{ la } V$$

*) În cartea lui P. Epstein, *Textbook of Thermodynamics*, aceste formule sînt date greșit, neținîndu-se seama de energia de zero care este funcție de volum (ed. a IV-a, 1947, p. 231).

în toate formulele scrise mai sus, se găsește și cealaltă ecuație de stare

$$V = \frac{\partial H(0)}{\partial p} - T\int_0^T \Delta \frac{\partial H}{\partial p}\frac{dT}{T^2}. \tag{15'}$$

Din aceste expresii pentru p și V rezultă pentru limitele considerate

$$\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right) = +\int_0^\infty \Delta \frac{\partial E}{\partial V}\frac{dT}{T^2} \text{ și } \lim_{(V,T\to\infty}\left(\frac{T}{V}\right) = -\int_0^\infty \Delta \frac{\partial H}{\partial p}\frac{dT}{T^2}. \tag{16}$$

Folosim prima din ecuațiile (16) pentru calculul raportului limită $\left(\frac{p}{T}\right)_{(p,T)\to\infty}$ alegînd pentru molecule modelul sferelor rigide și oprindu-ne la considerarea numai a interacțiilor de forma ij (aproximația Callender). Suma de stare $\Omega(T, V)$ este

$$\Omega(T,V) = \frac{1}{N!}\left\{\frac{\sqrt{2\pi mkT}}{h}\right\}^{3N}\left\{V - \frac{1}{2}N\int_0^\infty\left(1-e^{-\frac{U_{ij}}{kT}}\right)4\pi r^2 dr\right\}^N.$$

Energia

$$E = \frac{3}{2}NkT + \frac{1}{2}\frac{N^2}{V-B}\int_0^\infty U_{ij}\,e^{-\frac{U_{ij}}{kT}}\,4\pi r^2 dr \text{ cu } B = \frac{1}{2}N\int_0^\infty\left(1-e^{-\frac{U_{ij}}{kT}}\right)4\pi r^2 dr$$

iar valoarea limitei

$$\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right) = -\frac{1}{2}N^2\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{U(r)}{(V-B)^2}e^{-\frac{U(r)}{kT}}4\pi\left(\frac{r}{T}\right)^2 dr\,dT =$$

$$= Nk\int_0^\infty \frac{\frac{dB}{dT}}{(V-B)^2}dT = \frac{Nk}{V-4N v_0}$$

unde $4Nv_0$ este limita la $T = 0$ a mărimii B, egală cu așa-zisul covolum. Aceeași valoare se obține dacă se ia pentru derivata $\frac{\partial E}{\partial V}$ expresia dată de ecuația Dieterici

$$\frac{\partial E}{\partial V} = \frac{a}{V(V-b)}e^{-\frac{a}{RTV}}$$

(a, b, R sînt constantele Van der Waals).

O valoare corectă se obține dacă se consideră expresia dată de mecanica statistică

$$\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right) = k\frac{\partial}{\partial V}\ln\iiint\ldots\int (dV)^N \tag{17}$$

(obținută prin trecerea la limită sub semnul integralei în formula (2)). La calculul integralei n-ple din (17) trebuie ținut seama de ciocnirile multiple; în acest caz se găsește *)

$$\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)=\frac{Nk}{V}\left\{1+\left(\frac{b}{V}\right)+\frac{5}{8}\left(\frac{b}{V}\right)^2+0{,}268\left(\frac{b}{V}\right)^3+\cdots\right\} \tag{17'}$$

(b este așa-zisul covolum $= 4\,N v_0$).

În baza ecuațiilor (14), (16) și (17') se pot scrie următoarele două condiții pe care trebuie să le îndeplinească o ecuație de stare:

pentru sistemul restrîns (cazul sferelor rigide):

$$+\int_0^\infty \Delta\,\frac{\partial E}{\partial V}\frac{dT}{T^2}=\frac{Nk}{V}\left\{1+\left(\frac{b}{V}\right)+\frac{5}{8}\left(\frac{b}{V}\right)^2+0{,}268\left(\frac{b}{V}\right)^3+\cdots\right\}, \tag{18}$$

pentru sistemul lărgit (cazul cu totul general):

$$-\int_0^\infty \Delta\,\frac{\partial H}{\partial p}\frac{dT}{T^2}=\frac{Nk}{p}\,. \tag{18'}$$

Cunoscînd expresia $\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)$ se poate pune și ecuația $p=p\,(T,V)$ din (13') sub o formă asemănătoare celei din (14) dreapta. Astfel, considerînd cazul aproximației Callender, cele două aspecte ale ecuației de stare vor fi:

$$p=\frac{NkT}{V-4\,Nv_0}+\sum_1^\infty{}'_{ij}\,a_{ij}\,\frac{T^{1-i}}{V^{1+j}}\,;\quad V=\frac{NkT}{p}+\sum_1^\infty{}'_{ij}\,b_{ij}\,\frac{T^{1-i}}{p^{1-j}}\,. \tag{19}$$

Este ușor de văzut că, folosind ecuațiile (5) și (5'), expresiile (19) se pot pune sub forma integrală

$$\left(p+T\int_T^\infty\frac{\partial E}{\partial V}\frac{dT}{T^2}\right)(V-4\,Nv_0)=NkT\,;\quad p\left(V-T\int_T^\infty\frac{\partial H}{\partial p}\frac{dT}{T^2}\right)=NkT. \tag{20}$$

A doua ecuație (20) se poate obține și din prima prin transformarea formală $p\to V$, dacă vom admite — așa cum rezultă din (2') — că mărimea corespunzătoare covolumului este zero în sistemul lărgit**) (ar corespunde unei valori minime posibile a presiunii).

Vreau să subliniez că un motiv în plus pentru a prefera forma $V=V(T,p)$ pentru ecuația de stare în locul formei $p=p\,(T,V)$ este și faptul că tabloul format cu elementele b_{ij} este mult mai lacunar față de cel format cu elementele

*) Chapman, *Mathematical Theory of non Uniform Gases*. Cambr. Univ. Press, 1955.

**) Dacă această mărime nu ar fi zero, transformarea formală aplicată ecuației (20) stînga pentru diferite modele atomice (moleculare), ar duce la expresii diferite pentru ecuația (20) dreapta, ceea ce ar însemna că limita $\lim_{(V,T)\to\infty}\left(\frac{V}{T}\right)$ depinde de model.

a_{ij}. Făcînd trecerea de la mărimile a_{ij} la b_{ij} cu ajutorul seriilor și avînd în vedere că a_{i_0} $(i = 1, 2, \ldots)$, sînt nule, cele două tablouri arată în modul următor.

Tabloul a_{ij} (în sistemul restrîns)

a_{00}	a_{01}	a_{02}	$a_{03}\cdots$
0	a_{11}	a_{12}	$a_{13}\cdots$
0	a_{21}	a_{22}	$a_{23}\cdots$
0	a_{31}	a_{32}	$a_{33}\cdots$
.....	.....		

$\rightarrow$

Tabloul b_{ij} (în sistemul lărgit)

b_{00}	0	0	$0\ \cdots$
0	b_{11}	0	$0\ \cdots$
0	b_{21}	b_{22}	$0\ \cdots$
0	b_{31}	b_{32}	$b_{33}\cdots$
.....	.....		

Forma tabloului b_{ij} ne îndreptățește să scriem ecuația de stare $V = V(T, p)$ sub forma

$$V = b_{00}\frac{T}{p} + b_{11} + \sum_{1}^{\infty}{}_{\lambda}\frac{P_\lambda(p)}{T^\lambda} \tag{21}$$

unde $P_\lambda(p)$ este un polinom de grad λ în p

$$P_\lambda(p) = b_{\lambda+1\,\lambda+1}\,p^\lambda + b_{\lambda+1,\lambda}\,p^{\lambda-1} + \cdots + b_{\lambda+1,2}\,p + b_{\lambda+1,1}\,.$$

Sub această formă, ecuația de stare poate fi extinsă pentru presiuni mari, deoarece în cazul limită $(p, T) \rightarrow \infty$, fiecare termen de sub sumă are sens, relația între V și $\lim\limits_{(p,\,T)\rightarrow\infty}\left(\frac{p}{T}\right)$ putînd fi — într-un mod mai general — o dezvoltare în serie asimptotică

$$V = \frac{b_{00}}{\mathfrak{L}} + b_{11} + b_{22}\,\mathfrak{L} + b_{33}\,\mathfrak{L}^2 + \cdots \text{ unde } \mathfrak{L} = \lim_{(p,\,T)\rightarrow\infty}\left(\frac{p}{T}\right). \tag{22}$$

Au mai rămas de considerat limitele $\lim\limits_{(T,\,p)\rightarrow\infty}(C_p - C_v)$ și $\lim\limits_{(T,\,V)\rightarrow\infty}(C_p - C_v)$ pe care le-am lăsat în mod special la urmă, întrucît ele realizează o sinteză a tuturor proprietăților asimptotice în apropierea punctului $\left(\frac{1}{T}\right) = 0$. Existența lor se obține simplu din ecuația (21), folosind ecuația lui J. R. Mayer sub forma $C_p - C_v = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p^2 \Big/ \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$, iar valorile lor, exprimate prin coeficienții $b_{\lambda\lambda}$,

$$\lim_{(p,\,T)\rightarrow\infty}(C_p - C_v) = b_{00} - \sum_{0}^{\infty}{}_{\lambda}\,\lambda\,b_{\lambda+1,\lambda+1}\,\mathfrak{L}^{\lambda+1},\quad \lim_{(V,\,T)\rightarrow\infty}(C_p - C_v) = b_{00}\,. \tag{23}$$

Cum era și de așteptat, limita corespunzătoare sistemului restrîns depinde de model, pe cînd cea corespunzătoare sistemului lărgit nu depinde. Cu relațiile (23), toate proprietățile asimptotice au fost făcute oarecum plauzibile pe cale statistică.

Argumente experimentale

Experiențele cunoscute pînă în prezent sînt încă insuficiente pentru a fi chiar o verificare a existenței limitelor analizate mai sus. Voi discuta totuși rezultatele cele mai convingătoare.

1) Existența limitelor $\lim\limits_{\left(p,\frac{1}{V}\right)\rightarrow 0} E(T, V)$ și $\lim\limits_{\left(p,\frac{1}{V}\right)\rightarrow 0}(p, V)$ ar rezulta din următoarele considerații:

— Efectul Joule-Thomson în care intră derivata $\frac{\partial H}{\partial p}$ este din ce în ce mai mic pentru gaze din ce în ce mai rarefiate.

— Curbele $p-V$ se apropie din ce în ce mai mult de niște hiperbole, pe măsură ce presiunea scade izoterm.

2) Existența limitei $\lim_{\left(p,\frac{1}{V}\right)\to 0}(C_p - C_v)$ este dovedită experimental prin calculul mărimilor C_{p_0} și C_{v_∞} și s-a găsit că $C_{p_0} - C_{v_\infty} = 1{,}98$ cal/mol grad.

3) În favoarea existenței $\lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)$ pledează faptul că la temperaturi mari poate fi folosită ca ecuație de stare o expresie de forma $pV = RT + Bp$ (R, B const.) sau $p = \frac{RT}{V}\left\{1 + \left(\frac{b}{V}\right) + \frac{5}{8}\left(\frac{b}{V}\right)^2 + \dots\right\}$.

4) Pentru existența $\lim_{(p,T)\to\infty}(C_p - V_v)$ s-a observat experimental că valorile lui C_p și C_v (de ex. NH_3)*) la presiuni din ce în ce mai mari depind din ce în ce mai puțin de temperatură, încît familia de curbe C_p (T) în planul (C_p, p) tinde spre o asimptotă paralelă cu axa op; la fel și cu C_v.

II. ECUAȚIA DE STARE ȘI APROXIMAȚIILE ÎN ORDINUL I

După ce condițiile la limită sînt cunoscute, obținerea ecuației de stare $p = p(T, V)$ prin intermediul energiei sau prin intermediul entalpiei este simplă prin integrarea față de T a relației (5) (respectiv (5′)). Rezultă

$$p = T\left[\mathfrak{L} - \int_{\dot{T}}^{\infty}\frac{\partial E}{\partial V}\frac{dT}{T^2}\right]; \qquad V = T\left[\mathfrak{L}^* + \int_{\dot{T}}^{\infty}\frac{\partial H}{\partial p}\frac{dT}{T^2}\right] \tag{24}$$

unde

$$\mathfrak{L} = \lim_{(p,T)\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right) \quad \text{și} \quad \mathfrak{L}^* = \lim_{(V,T)\to\infty}\left(\frac{V}{T}\right).$$

A doua ecuație (24) este identică cu a doua ecuație (20), deoarece

$$\mathfrak{L}^* = \frac{Nk}{p}.$$

Vom arăta acum, cum pot fi folosite limitele $\lim_{(p,T)\to\infty}(C_p - C_v)$ și $\lim_{(V,T)\to\infty}(C_p - C_v)$ drept condiții la limită.

Se scrie ecuația lui J. R. Mayer $C_p - C_v = T\frac{\partial p}{\partial T}\frac{\partial v}{\partial T}$ sub următoarele două forme:

$$\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T}{T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V^2} + \frac{1}{C_p - C_v} = 0; \qquad \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T}{T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p^2} + \frac{1}{C_p - C_v} = 0. \tag{25}$$

*) Karapetiant, *Termodinamica chimică*. Ed. tehnică, București, 1953, p. 133.

Se introduc în (25) derivatele calculate cu expresiile (24) pentru p și V (care conțin limitele $\mathfrak{L}$ și $\mathfrak{L}^*$) și apoi se fac trecerile la limită $(p, T) \to \infty$ în stînga și $(V, T) \to \infty$ în dreapta, obținîndu-se

$$\frac{\frac{d\mathfrak{L}}{dV}}{\mathfrak{L}^2} + \frac{1}{\mathfrak{R}} = 0 \quad \text{și} \quad \frac{\frac{d\mathfrak{L}^*}{dp}}{\mathfrak{L}^{*2}} + \frac{1}{\mathfrak{R}^*} = 0 \tag{26}$$

care dau prin integrare

$$\frac{1}{\mathfrak{L}} = \int_{V_{\min}}^{V} \frac{dV}{\mathfrak{R}} \quad \text{și} \quad \frac{1}{\mathfrak{L}^*} = \int_{p_{\min}}^{p} \frac{dp}{\mathfrak{R}^*}.$$

A doua integrală se efectuează imediat dacă se introduce expresia lui $\mathfrak{R}^*$ din formula (23) dreapta $\mathfrak{R}^* = b_{00}$ și dă $\mathfrak{R}^* = b_{00}/p$ iar ecuația de stare este cea obținută mai înainte ((20) dreapta)

$$p\left(V - T\int_T^\infty \frac{\partial H}{\partial p}\frac{dT}{T^2}\right) = b_{00}\,T.$$

Prima integrală însă nu se poate efectua ușor din cauza lui $\mathfrak{R}$ a cărui dependență de V prin intermediul coeficienților $b_{\lambda\lambda}$ nu este cunoscut. O integrare cu ajutorul seriilor conduce la rezultatul următor:

$$\mathfrak{L} = \frac{b_{00}}{V}\left\{1 + \frac{b_{11}}{V} + \frac{b_{11}^2 + b_{00}b_{22}}{V^2} + \frac{b_{11}^3 + 3b_{00}b_{11}b_{22} + b_{00}^2 b_{33}}{V^3} + \cdots\right\} \tag{27}$$

(vezi și relația 22). Vom obține o bună aproximație dacă vom considera $b_{11} \neq 0$ și $b_{\lambda\lambda} = 0$ $\lambda > 1$. Cu această presupunere echivalentă cu $\mathfrak{R} = b_{00}$ seria se însumează și dă

$$\mathfrak{L} = \frac{b_{00}}{V - b_{11}}, \tag{27'}$$

iar ecuația de stare va fi cea din (20) stînga

$$\left(p + T\int_T^\infty \frac{\partial E}{\partial V}\frac{dT}{T^2}\right)(V - b_{11}) = b_{00}\,T.$$

Este interesant de pus în evidență o formă a ecuației de stare, care amintește ecuația lui Dieterici și care rezultă dintr-o contopire a celor două forme de mai sus. Să presupunem o stare a gazului în care el este foarte destins la temratura T și s-o notăm cu indicele 0; să notăm $\Delta f\,(T, V)$ variația unei funcții între o stare oarecare și această stare standard. Avînd în vedere că $dF = -pdV - SdT$ și $dG = Vdp - SdT$, integrînd aceste expresii la T constant, cu p (respectiv V) din ecuațiile (20) se obține pentru un mol

$$\Delta F = -RT\ln\frac{V-b}{V_0-b} + T\int_T^\infty \frac{\Delta E}{T^2}dT; \quad \Delta G = +RT\ln\frac{p}{p_0} + T\int_T^\infty \frac{\Delta H}{T^2}dT. \tag{28}$$

Ținînd seama de ecuațiile Gibbs-Helmholz (în forma lui Planck), anume

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{F}{RT}\right)=-\frac{E}{RT^2} \quad \text{și} \quad \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{G}{RT}\right)=-\frac{H}{RT^2}, \tag{29}$$

care se introduc sub integralele din (28), după ce mai întîi li s-au aplicat operatorul Δ (care comută cu derivata) se poate efectua o integrare prin părți, care ne conduce la limitele

$$\ln\frac{V-b}{V_0-b}=-\lim_{(p,T)\to\infty}\frac{\Delta F}{RT}\;;\quad \ln\frac{p}{p_0}=+\lim_{(V,T)\to\infty}\frac{\Delta G}{RT}. \tag{30}$$

Pentru a ridica nedeterminările de forma $\frac{\infty}{\infty}$ din limitele (30) aplicăm regula lui L'Hôpital și rezultă

$$\ln\frac{V-b}{V_0-b}=+\frac{1}{R}\lim_{(T,p)\to\infty}\Delta S\;;\quad \ln\frac{p}{p_0}=-\frac{1}{R}\lim_{(T,V)\to\infty}\Delta S \tag{31}$$

sau, după principiul al III-lea:

$$\ln\frac{V-b}{V_0-b}=\int_0^\infty\frac{\Delta C_v}{RT}\,dT\;;\quad \ln\frac{p}{p_0}=-\int_0^\infty\frac{\Delta C_p}{RT}\,dT. \tag{31'}$$

Adunînd aceste relații și considerînd starea 0 ca o stare de rarefiere oricît de avansată, ceea ce ne permite să scriem $p_0(V_0-b)=RT$, obținem ecuația de stare căutată

$$p(V-b)=RT\,e^{-\lim\limits_{\left(p_0,\frac{1}{V_0}\right)\to 0}\int_0^\infty\frac{\Delta(C_p-C_v)}{RT}\,dT} \tag{32}$$

Este de subliniat că integrala între limite infinite se efectuează după T cînd, atît p cît și V rămîn constanți, corespunzători stării date a gazului (integrandul este funcție de 5 variabile p, V, T, p_0, V_0) încît ea nu corespunde nici unui proces fizic real. Limita după variabilele cu indice $0\left(p_0,\frac{1}{V_0}\right)\to 0$ se ia în mod obligator după integrarea asupra lui T, pentru a nu infirma principiul al III-lea.

Voi încerca acum să obțin o aproximație utilă în practică, cunoscută sub numele de ecuația Van der Waals, mărginindu-mă la primii doi termeni din dezvoltările lui p și V după puterile lui $\frac{1}{T}$

$$p=T\alpha(V)+\beta(V)+\cdots\;;\quad V=Ta(p)+b(p)+\cdots \tag{33}$$

Din ecuațiile (33), (5) și (5') rezultă că $\frac{\partial E}{\partial V}=-\beta(V)$; $\frac{\partial H}{\partial P}=b(p)$, iar energia și entalpia se vor despica fiecare în cîte două părți

$$E(T,V)=E_0(T)+\mathfrak{E}(V)\;;\quad H(T,p)=H_0(T)+\mathfrak{H}(p) \tag{34}$$

Introducînd notația

$\Delta f(T,V) = f(T, \infty) - f(T,V)$, atunci $\Delta E = -\mathcal{E}(V)$; $\Delta H = -\mathcal{H}(p)$.

Datorită distributivității lui Δ față de adunare și prin dezvoltarea produsului (pV) după puterile lui $\frac{1}{V}$ cu derivatele luate în punctul curent, avem

$$\Delta(H-E) = \Delta(pV) = -\frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial\frac{1}{V}}(pV) + \frac{1}{2!}\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial\frac{1}{V^2}}(pV) - \cdots;$$

oprindu-ne la primul termen

$$\Delta(pV) \approx -\frac{V}{V-\frac{\partial H}{\partial p}}\left[p\frac{\partial H}{\partial p} + V\frac{\partial E}{\partial V}\right] \approx -\left[p\frac{\partial H}{\partial p} + V\frac{\partial E}{\partial V}\right]$$

(unde s-au folosit ecuațiile (5) și (5′). Mai departe se poate scrie ținînd seama de (34)

$$\Delta(pV) \approx -\left[p\frac{d\mathcal{H}(p)}{dp} + V\frac{d\mathcal{E}(V)}{dV}\right] = -[\mathcal{H}(p) - \mathcal{E}(V)].$$

Se obține ecuația diferențială cu variabile separate

$$\mathcal{H}(p) - p\frac{d\mathcal{H}(p)}{dp} = \mathcal{E}(V) + V\frac{d\mathcal{E}(V)}{dV} \tag{35}$$

care dă soluțiile

$$\mathcal{H}(p) = C_0 + bp \;;\; \mathcal{E}(V) = C_0 - \frac{a}{V}, \tag{35′}$$

(C_0, a, b, fiind cele trei constante de integrare). Calculînd derivatele $\frac{\partial E}{\partial V}$ și $\frac{\partial H}{\partial p}$ și introducîndu-le în ecuațiile de stare (20) pentru a explicita integralele față de T obținem

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b_{11}) = RT \;;\; p(V-b) = RT \quad \text{(pentru un mol)}; \tag{36}$$

b trebuie să fie egal cu b_{11} deoarece a doua ecuație (aproximația Linde) trebuie să rezulte din prima la destinderi mai avansate. Pentru ca gazul să satisfacă relațiile necesare unui punct critic, trebuie ca $a > 0$, $b > 0$.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ И ИХ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе автор задался целью вывести уравнения состояния $p=p(T,V)$ и $V=V(T,p)$. Первое для случая, когда известна функция энергии $E=E(T,V)$ $\left(\text{или по меньшей мере производная } \frac{\partial E}{\partial V}\right)$, а вто-

рое для случая, когда известна функция энталпии $H = H(T, p)$ (или по меньшей мере производной $\frac{\partial H}{\partial p}$) так, чтобы полученные отношения выродились при больших объемах (соответственно при малых давлениях) в уравнения идеальных газов.

Автор считает исходными пределы $\lim_{T\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)_V$, $\lim_{p\to 0}(pV)_T$ и $\lim_{p\to 0}(E)_T$, существование которых он аргументирует на основании классической статистической механики и известных опытов. Из существования этих пределов следует существование других, в которых роли p и V обратны. Автор устанавливает, наконец, вдвойне асимптотические разложения

$$p = \frac{b_{00}T}{V - b_{11}} + \sum_{1}^{\infty}{}_{ij}\, a_{ij}\frac{T^{1-i}}{V^{1+j}} \quad \text{и} \quad V = \frac{b_{00}T}{p} + b_{11} + \sum_{1}^{\infty}{}_{\lambda}\frac{P_\lambda(p)}{T^\lambda},$$

где $P_\lambda(p)$ полином степени λ в p.

Из вышеустановленных пределов выводится существование двух пределов и $\lim_{(p,T)\to\infty}(C_p - C_v)$ $\lim_{(V,T)\to\infty}(C_p - C_v)$, и принимаемых в качестве краевых условий для интегрирования термодинамических уравнений

$$T\frac{\partial p}{\partial T} - p = \frac{\partial E}{\partial V} \quad \text{и} \quad V - T\frac{\partial V}{\partial T} = \frac{\partial H}{\partial p}.$$

Получаются окончательные уравнения состояния

$$\left(p + T\int_T^\infty \frac{\partial E}{\partial V}\frac{dT}{T^2}\right)(V - b_{11}) = b_{00}T \quad \text{и} \quad p\left(V - T\int_T^\infty \frac{\partial H}{\partial p}\frac{dT}{T^2}\right) = b_{00}T.$$

Автор подчеркивает удобство предпочтения формы $V = V(T, p)$ форме $p = p(T, V)$ и получает в частном случае уравнение Ван дер Ваалса.

LES PROPRIÉTÉS ASYMPTOTIQUES DES GAZ RÉELS ET LEUR ÉQUATION D'ÉTAT

(RÉSUMÉ)

L'auteur se propose d'obtenir des équations d'état $p = p(T, V)$ et $V = V(T, p)$; la première, lorsque la fonction de l'énergie $E = E(T, V)$ ou (au moins la dérivée $\frac{\partial E}{\partial V}$) est connue, la seconde, lorsque l'on connaît la fonction de l'enthalpie $H = H(T, p)$ (ou au moins de la dérivée $\frac{\partial H}{\partial p}$), de manière que les relations obtenues dégénèrent, pour les grands volumes (respectivement pour les basses pressions), en équation des gaz parfaits.

L'auteur prend pour point de départ les limites

$$\lim_{T\to\infty}\left(\frac{p}{T}\right)_V,\quad \lim_{p\to 0}(pV)_T \quad \text{et} \quad \lim_{p\to 0}(E)_T$$

pour l'existence desquelles il apporte des arguments basés sur la mécanique statique classique et sur des expériences connues. De l'existence de ces limites découle l'existence d'autres limites, où les rôles de p et de V sont inversés. Finalement, l'auteur établit les développements doublement asymptotiques

$$p=\frac{b_{00}\,T}{V-b_{11}}+\sum_1^\infty{}_{ij}\,a_{ij}\frac{T^{1-i}}{V^{1+j}} \quad \text{et} \quad V=\frac{b_{00}\,T}{p}+b_{11}+\sum_1^\infty{}_{\lambda}\frac{P_\lambda(p)}{T^\lambda}$$

où $P_\lambda(p)$ est un polynôme de degré λ dans p.

Des limites établies ci-dessus, on déduit l'existence de deux limites $\lim_{(p,\,T)\to\infty}(C_p-C_v)$ et $\lim_{(V,T)\to\infty}(C_p-C_v)$, prises pour conditions à la limite pour l'intégration des équations thermodynamiques

$$T\frac{\partial p}{\partial T}-p=\frac{\partial E}{\partial V} \quad \text{et} \quad V-T\frac{\partial V}{\partial T}=\frac{\partial H}{\partial p}.$$

On obtient les équations d'état finales:

$$\left(p+T\int_T^\infty\frac{\partial E}{\partial V}\frac{dT}{T^2}\right)(V-b_{11})=b_{00}\,T \quad \text{et} \quad p\left(V-T\int_T^\infty\frac{\partial H}{\partial p}\frac{dT}{T^2}\right)=b_{00}\,T.$$

On souligne l'avantage qu'il y a à préférer la forme $V=V(T,p)$ à la forme $p=p\,(T,V)$ et l'on obtient, en particulier, l'équation de Van der Waals.

ACȚIUNEA VAPORILOR DE Hg ASUPRA EMULSIILOR NUCLEARE *)

DE

MARIETA NICOLAE

INTRODUCERE

În 1937, Fr. Dersch și H. Dürr [1] au constatat acțiunea de hipersensibilizare a vaporilor de Hg asupra stratului fotosensibil al emulsiilor fotografice obișnuite. Privitor la această problemă se găsesc însă în literatură date contradictorii [2], [3].

După știrea noastră acțiunea vaporilor de mercur asupra emulsiilor fotografice pentru fizică nucleară a fost studiată de un singur autor [4], [5]. Efectul de desensibilizare într-o proporție foarte ridicată (96 %) indicat de acesta, ni s-a părut îndoielnic.

Întrucît aproape în fiecare laborator de fizică atmosfera conține circa 10^{-3} mm Hg, am considerat de un interes special verificarea rezultatelor lui Yagoda.

Unele încercări preliminare [6] calitative făcute la presiunea redusă (10^{-2} mm Hg) pentru cîteva plăci martor și altele ținute sub acțiunea vaporilor de mercur, ce fuseseră impresionate în prealabil cu o soluție de azotat de toriu au indicat o scurtare a urmelor de particule α și o micșorare a numărului lor în prezența vaporilor de mercur.

Am considerat că acest efect se poate datora uneia din următoarele cauze:

1) Acțiunii vaporilor de mercur asupra centrelor de sensibilitate ale emulsiei (desensibilizare).

2) Unei acțiuni asupra centrelor de imagine latentă (regresie) care nu ar exclude posibilitatea unei sensibilizări.

3) Acțiunii simultane a celor două efecte pomenite mai sus.

Pentru a distinge efectul real, am studiat pe rînd acțiunea vaporilor de Hg asupra regresiei imaginii latente [7] și a sensibilității.

Emulsiile folosite (cu o concentrare 85 % în AgBr) au fost preparate în condiții identice în laboratorul nostru [8].

Considerăm că rezultatele găsite de noi, diferite de cele ale lui Yagoda nu se datoresc diferențelor în compoziția emulsiilor folosite.

EFECTUAREA EXPERIENȚELOR

Pentru ambele experiențe s-au folosit două exsicatoare de vid, unul prevăzut cu un manometru prescurtat cu ulei, pentru proba martor și altul cu un manometru cu Hg pentru proba de studiat. Manometrele ne-au indicat dacă exsicatoarele au păstrat vid în timpul experiențelor.

În exsicatoare s-a introdus o anumită cantitate de $CaCl_2$ pentru a îndepărta vaporii de apă ce ar fi putut influența atît sensibilitatea emulsiilor cît și regresia fotografică.

1. Acțiunea vaporilor de Hg asupra regresiei [7]

Plăcile de studiat s-au impresionat simultan prin contact cu un depozit activ de toriu; una s-a introdus în exsicatorul cu vapori de Hg, cealaltă în exsicatorul pentru proba martor. Plăcile s-au păstrat aici timp de 10 zile la circa 10^{-3} mm Hg, după care timp s-au developat

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 26 martie 1956.

în condiții identice. De pe fiecare placă s-au măsurat cîte 1000 urme de particule α măturînd cu obiectivul microscopului o anumită suprafață și luînd urmele întîlnite, la rînd, indiferent de lungimea lor. Din histograma parcursurilor (fig. 1) rezultă o scurtare a urmelor de ThC′ corespunzătoare maximului histogramei cu circa 3 μ(6%) pentru placa ținută în prezența vaporilor de Hg. De asemenea s-a constatat o scădere a densității urmelor pe placă (fig. 1).

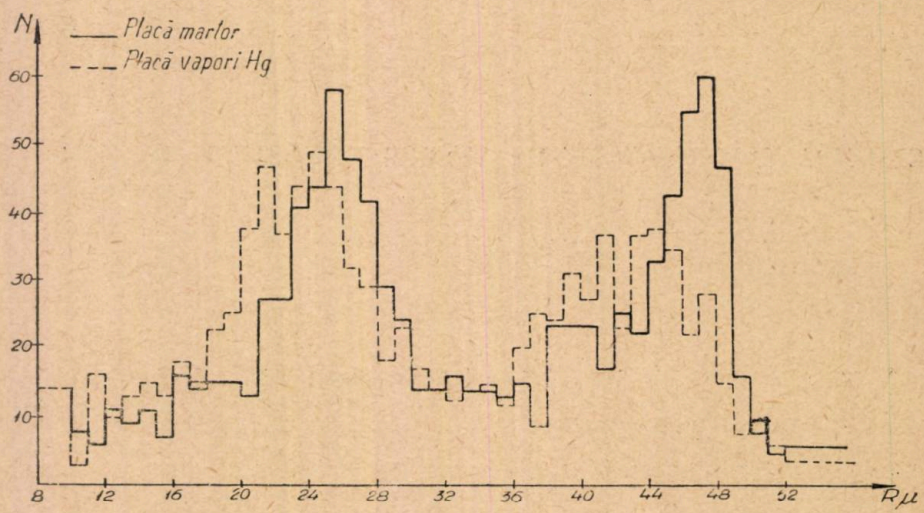


Fig. 1. — Influența vaporilor de mercur asupra regresiei.

Suprafețele de pe care s-au citit cele 1000 urme au fost: 1,39 mm² pentru placa martor și 1,48 mm² pentru placa vaporilor de Hg.

Întrucît cea mai mare parte a urmelor s-au format înainte de a fi supuse acțiunii vaporilor de Hg, efectul constatat poate fi atribuit unui fenomen de regresie a imaginii latente.

Experiența a fost repetată de două ori obținîndu-se calitativ aceleași rezultate.

2. Acțiunea vaporilor de Hg asupra sensibilității

În condițiile arătate mai sus s-au introdus în exsicatoare două plăci proaspăt preparate fără a fi impresionate, una în exsicatorul cu mercur, cealaltă, ca probă martor, în exsicatorul cu ulei, păstrîndu-se în timpul experienței o presiune de 10^{-2} mm Hg. După 7 zile plăcile s-au scos afară, s-au impresionat simultan prin contact cu un depozit activ de toriu și apoi s-au developat.

S-au măsurat cîte 1000 urme de particule α de pe fiecare placă și s-a făcut apoi statistica parcursurilor reale în emulsie.

Din histograma parcursurilor (fig. 2) s-a constatat că pe placa ținută sub acțiunea vaporilor de mercur urmele de ThC′ ce corespund maximului histogramei sînt cu 8μ (circa 16%) mai scurte decît corespunzătoarele lor de pe placa martor. Urmele măsurate au fost luate la rînd, măturînd cu obiectivul microscopului o anumită suprafață. Repetîndu-se de trei ori această experiență s-au obținut cantitativ aceleași rezultate. Histogramele plăcilor martor prezintă între ele o bună concordanță (fig. 3).

Întrucît acțiunea regresiei a fost aproape eliminată (impresionarea plăcilor a durat 1/2 h iar developarea s-a făcut imediat) prezența urmelor scurte nu poate fi atribuită decît unei acțiuni de desensibilizare provocată de vaporii de mercur.

3. Variația efectelor de desensibilizare și regresie cu adîncimea stratului

Ni s-a părut de un interes special studiul variației efectelor constatate cu adîncimea, fapt care stă în directă legătură cu distanța de la suprafața stratului de emulsie pînă la care difuzează vaporii de Hg.

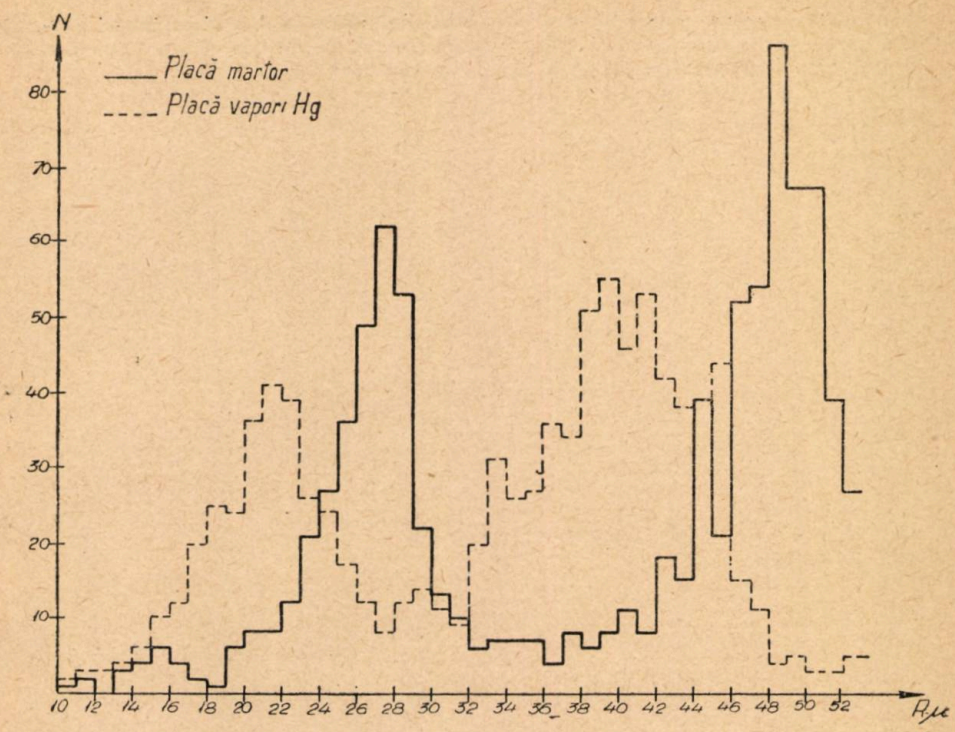


Fig. 2. — Influenţa vaporilor de mercur asupra sensibilităţii.

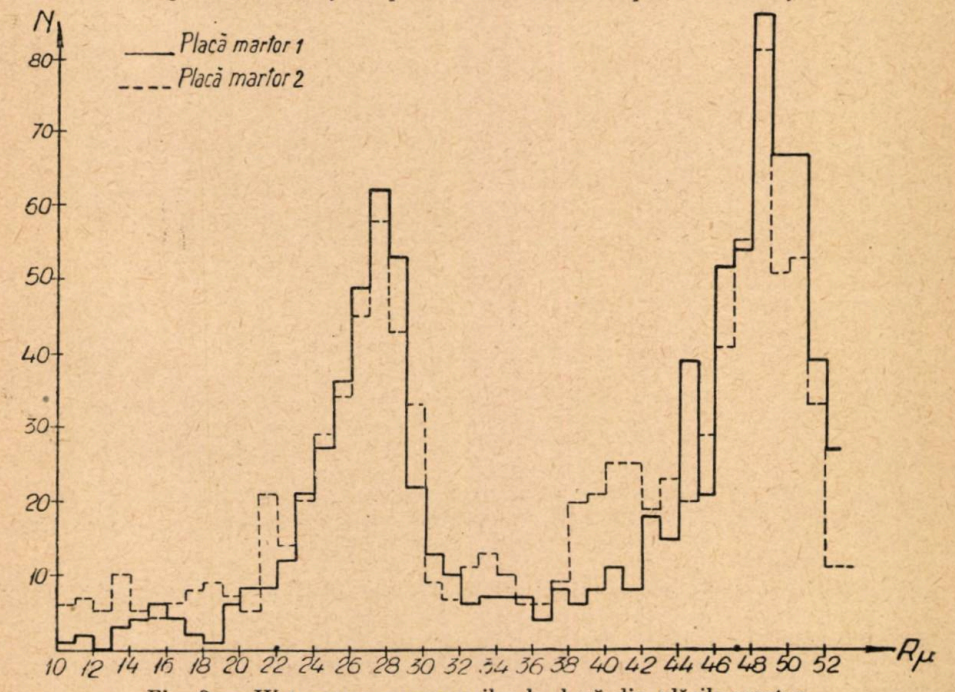


Fig. 3. — Histograma parcursurilor la două din plăcile martor.

În acest scop s-au separat urmele citite pentru determinările de mai sus în trei categorii, după proiecția lor verticală reală în emulsie și anume: *a)* proiecții verticale între 0—10 μ; *b)* proiecții verticale între 10—22 μ; *c)* proiecții verticale mai mari de 22 μ.

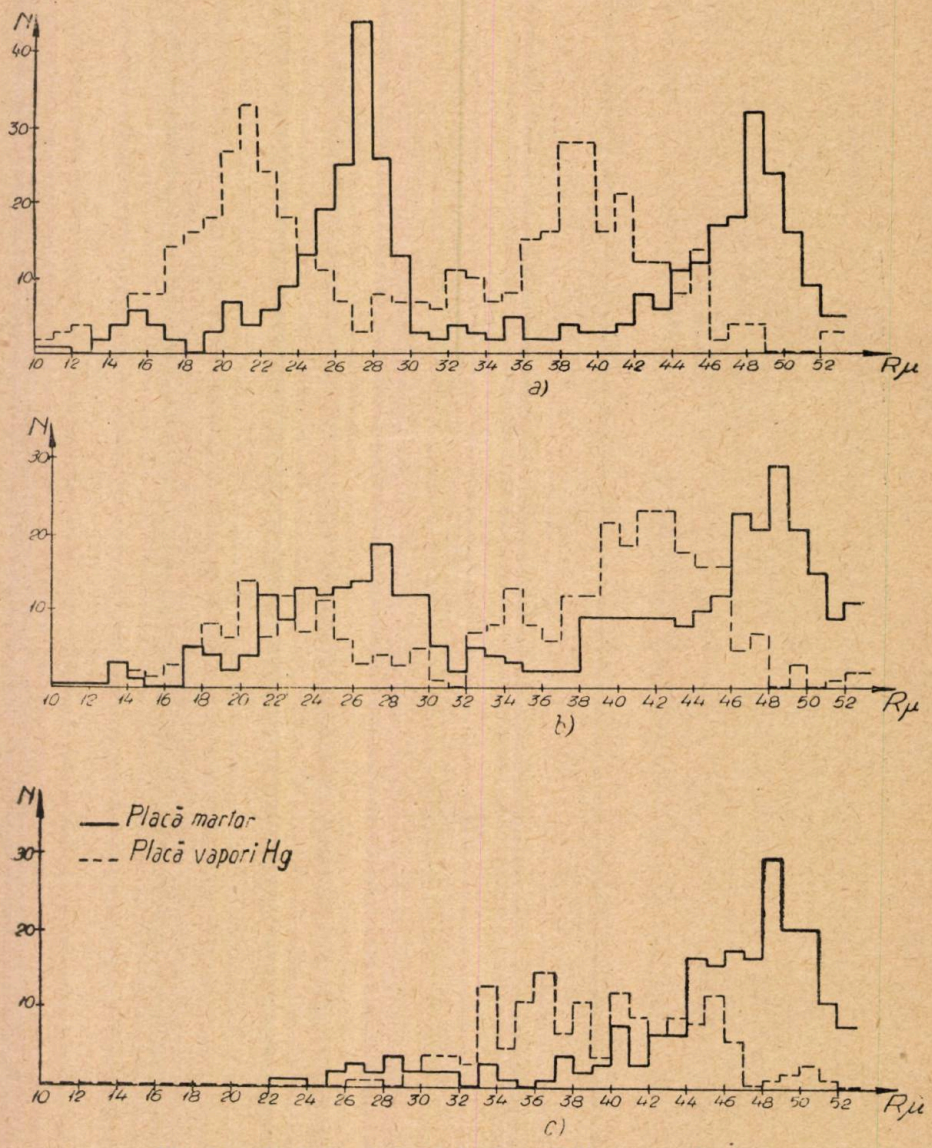


Fig. 4. — Variația efectului de desensibilizare cu adîncimea.
a) Traiectorii cu proiecții verticale 0—10μ; *b)* traiectorii cu proiecții verticale 10—22μ; *c)* traiectorii cu proiecții verticale mai mari decît 22μ.

Făcîndu-se statistica urmelor particulelor α pentru plăcile martor și vapori de Hg și apreciindu-se efectul constatat după procentul de scurtare a urmelor ce corespund maximului histogramei, s-a observat că efectul de desensibilizare poate fi remarcat într-o proporție de 20 % la o adîncime de 0—10 μ, iar între 10—20 μ el reprezintă 12 % (fig. 4 *a*, *b* și *c*).

Pentru adîncimi mai mari de 22 μ nu s-au obținut rezultate satisfăcătoare (după cum reiese din figură) datorită numărului redus de urme cu o proiecție verticală mai mare 20 μ.

În mod similar am studiat variația efectului de regresie cu adîncimea stratului de emulsie. Rezultatele obținute sînt reprezentate în figura 5 *a* și *b*. În acest caz s-a constatat că efectul de regresie, apreciat după procentul de scurtare a urmelor ce corespund maximului

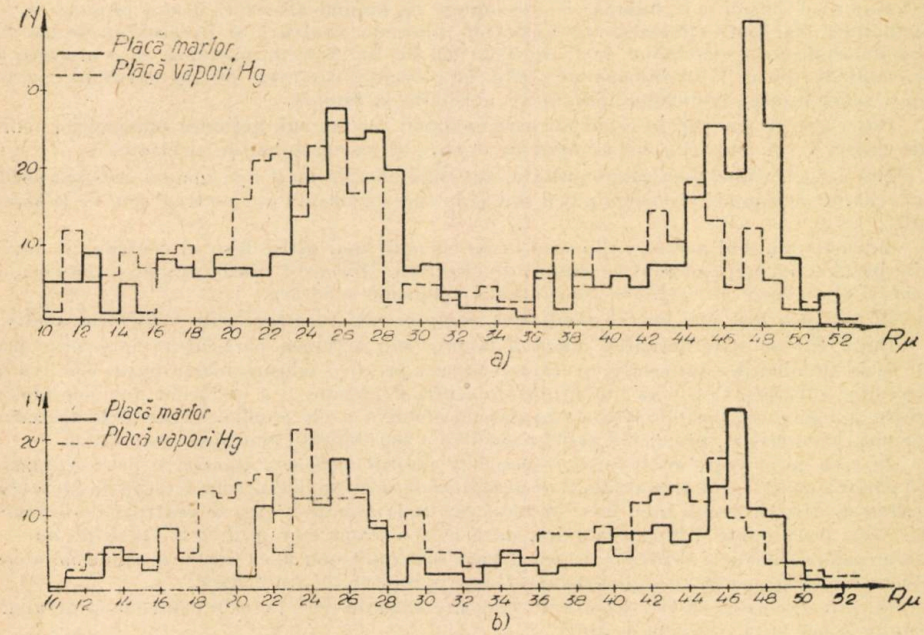


Fig. 5. — Variația efectului de regresie cu adîncimea.
a) Traiectorii cu proiecția verticală 0—6μ; *b)* traiectorii cu proiecția verticală 6—12μ.

histogramei plăcii vapori de Hg în raport cu martorul reprezintă circa 7% pentru adîncimi între 0—6 μ și 2 % între 6—12 μ.

4. Concluzii

1) Se constată că vaporii de Hg acționează atît asupra centrilor de sensibilitate ale emulsiilor nucleare cît și asupra centrilor de imagine latentă, desensibilizînd emulsia și accelerînd regresia.

Contrar celor presupuse de noi anterior [8] efectul de desensibilizare este apreciabil, însă mult inferior celui găsit de Yagoda.

În condițiile de lucru arătate efectul de accelerare a regresiei provoacă o scurtare a urmelor în proporție de 6,4 % iar desensibilizarea în proporție de 16 %.

2) Este de presupus că aceste aprecieri cantitative ale efectelor pomenite sînt valabile pentru cazul cînd nu mai intervin alți factori care să modifice proprietățile stratului fotografic ca: variația umidității, variația pH-ului, acțiunea altor substanțe.

Este foarte probabil ca în cazul impresionării plăcilor prin îmbibare cu o soluție radioactivă, rezultatele cantitative vor diferi de cele arătate mai sus. Astfel putem explica faptul că efectul global constatat de noi în determinările preliminare [6], cînd plăcile au fost impresionate prin îmbibare într-o soluție de Th $(NO_3)_4$ înainte de expunere, nu reprezintă cantitativ o sumă a efectelor de regresie și desensibilizare constatate separat.

INTERPRETAREA MECANISMULUI DE ACȚIUNE A VAPORILOR DE Hg

În stadiul cunoștințelor actuale despre formarea imaginii latente în emulsii fotografice propunem următoarea explicație pentru acțiunea vaporilor de Hg.

Presupunem că Hg ce se absoarbe la suprafaţa cristalelor de AgBr poate îndeplini aceleaşi funcţii ca un exces de atomi de Ag în reţea.

El prilejuieşte formarea de noi centri F, care după cîte se ştie, participă la procesul de formare al imaginii latente, avînd funcţia de donori şi acceptori de electroni. Concentraţia centrilor F, care este mult mai mică decît a ionilor de Br în reţea condiţionează sensibilitatea emulsiilor fotografice obişnuite la lumină. Se presupune că lumina absorbită poate provoca cu o probabilitate mai mare eliberarea unui electron dintr-un centru F şi trecerea lui pe banda de conductibilitate a sistemului decît dintr-un ion de Br. Este de presupus că o creştere a numărului de centri F în reţeaua de AgBr în prezenţa vaporilor de Hg absorbiţi, poate explica sensibilizarea emulsiilor fotografice obişnuite la lumină.

După cîte se ştie [9], în cazul formării imaginii latente sub acţiunea particulelor ionizante centri F nu mai au rolul esenţial ca donori, ci ca acceptori de electroni.

Sub acţiunea unei particule ionizante, dat fiind energia mult mai mare a acesteia decît a unei cuante de lumină, electronii pot fi smulşi în aceeaşi măsură din centri F sau de la ionii de Br.

Întrucît numărul acestora din urmă este cu mult mai mare decît al centrilor F, ionii de Br joacă rolul preponderent ca donori de electroni. Din acest motiv creşterea numărului de centri F nu duce la creşterea sensibilităţii emulsiilor nucleare.

Ei pot juca însă aici un rol esenţial ca acceptori de electroni din următorul motiv: După cîte se ştie, formarea imaginii latente sub acţiunea particulelor ionizante (ca şi în cazul iluminărilor puternice) se caracterizează printr-o folosire foarte puţin efectivă a electronilor eliberaţi. Creşterea numărului de centri F precum şi a nodurilor anionice libere măreşte şi mai mult posibilitatea de captare neefectivă a electronilor eliberaţi la trecerea particulei prin cristal, provocînd astfel o scădere a sensibilităţii emulsiilor respective.

În ceea ce priveşte accelerarea regresiei la emulsii nucleare, aceasta se poate explica, după părerea noastră, tot prin acţiunea de acceptori de electroni a centrilor F creaţi în prezenţa vaporilor de Hg, electronii fiind luaţi în acest caz de la atomii de Ag ai centrilor de developare. Acest lucru poate fi înţeles mai uşor dacă se ţine seama de faptul că la emulsiile nucleare dimensiunea medie a centrilor de developare este mult mai mică decît la emulsiile obişnuite şi sînt mulţi centri cu o dimensiune foarte apropiată de cea critică.

Nu este exclus ca să se constate un oarecare efect de regresie şi la emulsiile fotografice obişnuite în prezenţa vaporilor de Hg.

De asemenea este posibil ca efectul să prezinte o dependenţă de energia particulei întrucît aceasta influenţează repartizarea şi dimensiunea centrilor de sensibilitate.

Rezultatele prezentate mai sus, impun luarea unor măsuri de precauţie la măsurătorile cantitative efectuate cu plăci nucleare în laboratoarele unde există urme de vapori de Hg, ca de exemplu: la determinarea curbelor parcurs-energie la dozări radioactive.

Este posibil ca şi alte elemente să aibă un efect asemănător, lucru care trebuie cunoscut în cazul dozărilor radioactive.

În încheiere, mulţumim prof. I. Ausländer, care ne-a propus spre studiu această problemă, precum şi pentru indicaţiile preţioase pe care ni le-a dat.

BIBLIOGRAFIE

1. Fr. Dersch a. H. Dürr, Journ. Soc. Math. Pict. Eng., 1937, t. 28, p. 78.
2. S. E. Steppard, W. Vanselow a. R. F. Quirk, Journ. Frankl. Inst., 1945, t. 240, p. 439.
3. A. Rondier et E. Vassy, C. R., 1944, 218, p. 45.
4. H. Yagoda, *Radioactive Measurement With Nuclear Emulsion*. New York, 1949 (citat după *Radiografia Thornik Stati*, Moscova, 1952, p. 109).
5. — Am. Mineralogist, 1946, t. 31, p. 87.
6. M. Nicolae, Studii şi cercetări de fizică, t. VI, nr. 2, 1955, p. 335.
7. M. Nicolae şi F. Grünberg, Studii şi cercetări de fizică, t. VII, nr. 1, 1956, p. 223.
8. M. Nicolae, Studii şi cercetări de fizică, t. V, nr. 1—2, 1954, p. 166.
9. A. L. Kartujanski, U.F.N., 1954, fasc. 3, p. 341—376.

DISPOZITIV DE PRECIZIE PENTRU MĂSURAREA PRESIUNII OSMOTICE *)

DE

Y. DAVIDESCU

S-a urmărit realizarea unui osmometru de precizie care să permită determinarea presiunii osmotice a soluţiilor macromoleculare (fig. 1 şi 2). În afară de interesul teoretic, problema prezintă o importanţă şi pentru noua industrie de mase plastice care ia fiinţă în R.P.R.

Evitînd înregistrarea echilibrului static, care se stabileşte într-un timp mai îndelungat, şi renunţînd la metodele dinamice de *curgere zero*, care necesită instalaţii anexe controlate automat, am construit un aparat care funcţionează cu metoda dinamică a semisumei. Această metodă rapidă şi precisă este indicată mai cu seamă pentru acele sisteme ale căror proprietăţi osmotice nu sînt stabile şi care nu sînt disponibile decît în cantităţi reduse.

S-a urmărit realizarea unui aparat astfel construit încît să permită, pe lîngă cercetarea soluţiilor apoase şi studiul sistemelor cu diferiţi solvenţi organici. În consecinţă a fost necesară evitarea oricărei garnituri de etanşare care ar fi atacată de solvenţii utilizaţi. În acelaşi timp se excludea şi posibilitatea utilizării unui lichid indicator, ca toluenul, de pildă, pentru evitarea corecţiei de capilaritate. În osmometrul construit, sistemele studiate nu vin în contact cu nici o garnitură şi cu nici o lipitură care ar putea trimite în soluţie ioni ce ar falsifica rezultatele. Corecţia de capilaritate este evitată nu prin utilizarea unui lichid indicator, ci prin simetria desăvîrşită a aparatului. Fiind în întregime din oţel inoxidabil şi sticlă, el poate fi termostatat într-un domeniu larg de temperatură.

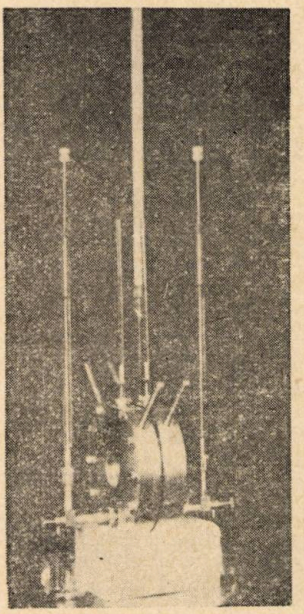


Fig. 1

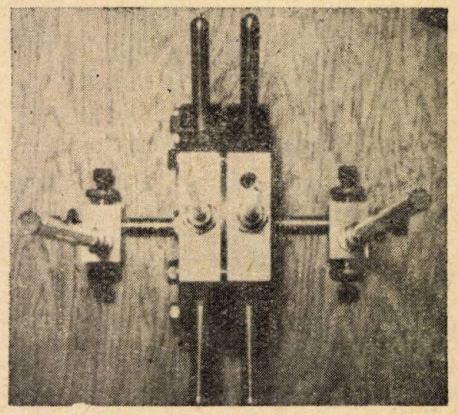


Fig. 2

Aparatul a fost construit pentru utilizarea membranelor plate, care se pot confecţiona dintr-o varietate mai mare de materiale decît cele în formă de pungă.

Una din calităţile urmărite a fost, pe lîngă posibilitatea de a obţine o precizie cît mai mare, realizarea unei suprafeţe cît mai mari a membranei concomitent cu un volum cît

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 14 mai 1956.

mai mic al lichidelor cu care se face determinarea. Osmometrul construit prezintă un raport favorabil între volumul lichidului care exercită presiunea osmotică — circa 10 cm^3 — și aria considerabilă a membranei — circa 100 cm^2. Datorită acestei particularități, viteza de stabilire a echilibrului osmotic este mare, și timpul necesar pentru o determinare nu trece de 30 minute.

Deși aria membranei este mai mare decît a celor utilizate de alți autori, totuși efectul de balonare este aproape complet evitat prin susținerea ei de către un sistem de ridicături alternînd cu canale ce străbat suprafața interioară a semicelulelor osmotice.

Dispozitivele de umplere, atît cu soluție cît și cu solvent, montate direct la aparat, permit crearea unor suprapresiuni și a unor presiu i negative față de coloana osmotică și care sînt reglabile prin simplă potrivire a coloanei hidrostatice din tubul de umplere. Astfel, solventul poate să curgă cu viteze diferite și reglabile în cele două sensuri posibile prin membrana semipermeabilă.

Diametrul foarte îngust al capilarului în care se urmărește înălțimea coloanei osmotice cu ajutorul unui catetometru, permite o precizie mare a determinărilor.

Printr-un sistem de comandă format dintr-o serie de ventile cu ac a fost realizată nu numai etanșeitatea perfectă în momentul obturării și evitarea oricărei pierderi de lichid în poziția deschisă a ventilului, ci și posibilitatea reglării foarte fine a nivelului de lichid.

Principiul de funcționare al aparatului se bazează pe simetria celor două semicelule despărțită prin membrana semipermeabilă, una din semicelule conținînd soluția, iar cealaltă, solventul. Aceeași simetrie desăvîrșită este păstrată și pentru dispozitivele de umplere, capilarele de observație, sistemele de conexiune și sistemele de comandă a fluxului de lichid.

Acest osmometru permite studiul sistemelor coloide apoase și cu solvenți organici, care conțin particule cu greutatea cuprinsă între 10 000 și 500 000, în concentrații ce variază între 2 și 20 g la litru. Precizia de determinare a presiunii osmotice este de ordinul $\pm$ 0,05 %.

SINCROSCOP PENTRU STUDIUL EMISIEI SECUNDARE A DIELECTRICILOR ÎN REGIM DE IMPULSURI *)

DE

M. BIRNBAUM, I. FELEA, I. GOLEA, E. KATZ și E. ȚARINA

Studiul emisiei secundare a dielectricilor impune efectuarea de măsurători asupra formei unor impulsuri de curent cu amplitudine de ordinul $10^{-7} - 10^{-8}$ A și durată de $10^{-4} - 10^{-6}$ secunde.

Sincroscopul construit în laboratorul de electronică al Institutului de fizică este destinat să permită efectuarea unor asemenea măsurători.

Sincroscopul a cărui schemă bloc este dată în figură cuprinde trei părți componente: I. Canalul de amplificare și circuitele de calibrare în tensiune; II Baza de timp și circuitele anexe; III. Sursele de alimentare.

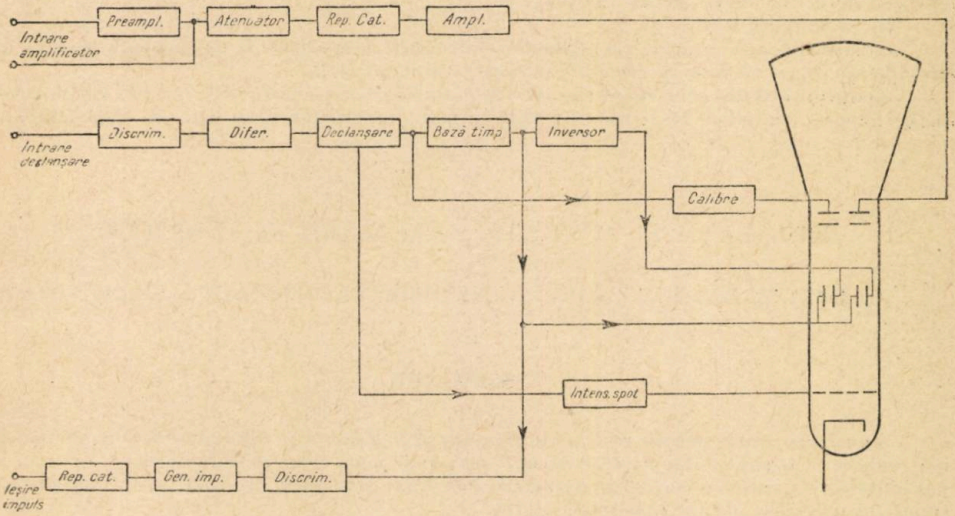
I. Canalul de amplificare pentru axa Y realizează o amplificare de ordinul 5.10^5 într-o bandă de frecvențe de la 80 Hz — 5 MHz. Această amplificare se repartizează pe două unități: *a)* amplificatorul propriu-zis și *b)* preamplificatorul.

a) Amplificatorul propriu-zis realizează o amplificare de 10^4 într-o bandă de trecere cuprinsă între 10 Hz și 6,3 MHz (atenuare de 3 db).

Amplificatorul dispune de un atenuator compensat care poate reduce semnalul de intrare în raportul 1/1, 1/3, 1/10, 1/30, 1/100. Impedanța de intrare a amplificatorului este de 1M Ω șuntată de o capacitate parazită mai mică de 20 pF. Amplitudinea maximă a semnalului de intrare cu atenuatorul pe poziția 1/1 este de 10 mV. La acest semnal mărimea imaginii pe ecranul tubului catodic este de circa 6 cm. Utilizarea unor puternice reacții negative de tensiune, determină o comportare foarte stabilă a amplificatorului atît la variațiile tensiunilor de alimentare cît și la schimbarea tuburilor.

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 16 mai 1956.

b) Preamplificatorul, construit ca unitate separată, trebuia să permită împreună cu amplificatorul propriu-zis, transmiterea unor impulsuri cu front de 0,1 microsecunde și o durată maximă de 100 microsecunde, cu o cădere a palierului mai mică de 10 %. Din acest motiv, banda de trecere a preamplificatorului a fost limitată în domeniul frecvențelor joase la 80 Hz fapt care a ușurat eliminarea perturbațiilor de frecvența rețelii. Amplificarea realizată de preamplificator este de 50 iar limita superioară a benzii de trecere este de 5,8 MHz. Preamplificatorul este blindat îngrijit, alimentat la filamente în curent continuu și prevăzut cu o puternică reacție negativă de tensiune. Impedanța de intrare — limitată de condiția trans-



miterii frecvențelor înalte — este de 1 KΩ iar tensiunea echivalentă de zgomot la intrare de 15 microvolți. Se pot deci observa tensiuni de ordinul 100 microvolți și în consecință, curenți de 10^{-7} A.

II. Baza de timp și circuitele anexe. Declanșarea bazei de timp se poate face cu tensiuni de orice formă avînd o amplitudine mai mare de 15 V. Durata bazei de timp poate fi variată brut în trei trepte și fin (continuu) în interiorul treptelor. Durata minimă a bazei de timp este de o microsecundă iar durata maximă este de 3 milisecunde.

Pentru declanșarea unor fenomene exterioare, baza de timp declanșează printr-un discriminator de amplitudine un generator de impulsuri care dă impulsuri de 35 V amplitudine cu un front de 0,15 m crosecunde și cu o durată variabilă între 1,5 și 30 microsecunde. Cu ajutorul discriminatorului de amplitudine (un montaj Schmitt) se poate varia întîrzierea impulsului ce poate fi utilizat la declanșarea fenomenului de studiat.

Calibrarea în timp se face cu tensiuni sinusoidale de frecvență: 10 KHz, 100 KHz, 1 MHz, 2 MHz, 5 MHz.

Întru ît tubul catodic folosit (OR—2—160/2/6) are două spoturi, pe plăcile verticale ale unui spot apare semnalul studiat iar pe celelalte marcajul de timp.

Folosirea unei scheme cu reacție face ca baza de timp să dispună de o liniaritate foarte bună. Atragem atenția că pentru a nu jena observația și pentru a nu deteriora ecranul tubului catodic, spotul este stins în perioada stabilă *(de așteptare)*.

III. Sursele de alimentare răspund necesităților de alimentare cu curent continuu ale întregului aparat. A este surse cuprind trei blocuri de redresare:

1) Un redresor de tensiune joasă (6,3 V, 0,5 A), pentru alimentarea în curent continuu a filamentelor tuburilor preamplificatorului. Tensiunea pulsatorie la ieșirea filtrului redresorului nu depășește 1,5 mV.

2) Doi redresori de tensiune înaltă:

a) un redresor nestabilizat care poate furniza +450 V, 500 mA cu o tensiune pulsatorie ce nu depășește 100 mV, avînd și o ieșire stabilizată +300 V, 200 mA.

b) un redresor stabilizat care poate furniza +200 V, 100 mA cu o tensiune pulsatorie ce nu depășește 1,5 mV.

3) Doi redresori de tensiune foarte înaltă:

a) un redresor ce furnizează —2000 V, 1 mA pentru alimentarea tubului catodic.

b) un redresor ce furnizează +5000 V, 0,5 mA pentru alimentarea anodei de post deflecție a tubului catodic. Aici tensiunea continuă înaltă se obține prin redresare din înaltă frecvență.

★

Din punct de vedere constructiv sincroscopul este împărțit în trei părți:

a) blocul de alimentare, în partea inferioară a aparatului, cuprinzînd toți redresorii în afară de cei de foarte înaltă tensiune.

b) preamplificatorul și

c) sincroscopul propriu-zis (partea superioară a aparatului) cuprinzînd: canalul de amplificare, baza de timp și circuitele aferente tubului catodic.

Aparatul instalat pe o masă suport deplasabilă are o greutate de circa 135 kg (inclusiv masa suport). Puterea electrică necesară pentru funcționarea lui este de circa 550 VA.

INSTALAȚII ȘI APARATE REALIZATE ÎN INSTITUT

REALIZAREA BENZII DE MAGNETOFON CU MIJLOACE LOCALE

DE

T. SCHNEIER

S-au făcut studii pentru realizarea prin mijloace locale a materialului feromagnetic cel mai indicat și a suportului necesar acestui material. S-au urmărit caracteristici optime, la posibilitățile de aprovizionare din industria indigenă. S-a găsit ca soluție optimă pentru suport un material plastic polivinilic clorid.

Ca material magnetic s-a încercat cu oxid negru de fier obținut fie din sulfat feros, fie din clorură ferică.

Pulberea magnetică s-a amestecat cu plasticul.

Caracteristicile finale ale diferitelor benzi de probă au fost comparabile cu cele ale benzilor străine. Încercările s-au făcut la viteze de derulare de 77 cm/s și 38 cm/s. S-a constatat o bandă de răspuns uniform pînă la 10 KHz. un zgomot redus de fond și o sensibilitate mulțumitoare.

La fabricația în serie a benzii trebuie să se acorde mare atenție la uniformitatea laminării benzii.

CAMERA CU CEAȚĂ CU FUNCȚIONARE CONTINUĂ

DE

D. DRAGOMIRESCU, D. NEAGU și I. BÎRSAN

S-a realizat o cameră cu secțiune pătrată 22×22 cm și înălțimea 20 cm, cu pereți dubli din plexiglas 4 mm grosime care asigură o bună izolare termică. În capac este așezat dispozitivul de fotografiere. Fundul este calorifugat iar capacul încălzit electric. Este prevăzută o sursă de vapori de alcool la temperatura de + 30°C. Temperatura de regim a fundului — 55°C. Sursa radioactivă se introduce prin capac. Este prevăzut un sistem de curățire cu 2 grile. Această cameră este indicată ca instrument de demonstrații.

Față de camera cu detentă reprezintă următoarele avantaje:

1) timpul de sensibilitate este egal cu timpul de funcționare;

2) este mult mai ușor de realizat și manipulat. Funcționarea ei în mod practic nu necesită nici o supraveghere;

3) are o stabilitate mult mai bună decît modelul ei clasic;

4) ca mijloc de demonstrație, camera constituie un mijloc excelent de a pune în evidență traiectoriile particulelor.

DISPOZITIV ELECTRONIC PENTRU COMANDA AUTOMATĂ A CAMEREI WILSON

DE

D. DRAGOMIRESCU, D. NEAGU şi V. VOLJIN

Dispozitivul execută pe rînd, într-o ordine bine stabilită şi la intervale de timp ce pot fi reglate, toate manevrele necesare în funcţionarea ciclică a camerei: aplicarea cîmpului electric şi a celui magnetic, semidetenta, detenta, comanda iluminării şi a aparatului fotografic etc.

Dispozitivul este executat din material uşor de procurat şi permite repetarea ciclurilor cu o precizie mai bună de 1 % chiar după 2—3 ore de funcţionare continuă.

MANOMETRU CU MAGNET PERMANENT, PENTRU VID ÎNALT

DE

D. DRAGOMIRESCU şi D. NEAGU

În acest manometru creşterea curentului de ionizare se datorează măririi drumului electronilor în gazul tubului. Acest lucru se realizează aşezînd tubul manometric într-un cîmp magnetic creat de un magnet permanent. În acest fel traiectoria electronului este curbată şi el străbate un spaţiu mare creînd pe drumul său un număr corespunzător de ioni, ceea ce măreşte curentul de ionizare.

Acest manometru are faţă de manometrele de ionizare cu catodă caldă, avantajul că nu necesită o degazare scrupuloasă şi nici nu prezintă pericolul otrăvirii catodei de către gazele chimic active.

STILOU DOZIMETRU PENTRU RAZE X ŞI γ

DE

D. BALLY, I. BÎRSAN şi A. BERINDE

În institutul nostru s-au realizat două asemenea dozimetre. Primul dozimetru nu are sistem de încărcare, cel de-al doilea este prevăzut cu un dispozitiv simplu de încărcare.

Dozimetrul se compune dintr-un electrometru, sistemul optic, sistemul de încărcare. Electrometrul este constituit dintr-un fir îndoit de cuarţ, de grosime $\sim 3\mu$, fixat pe o buclă de cupru. Firul de cupru este în prealabil metalizat.

Sistemul optic, constituit dintr-o lupă prevăzută cu scală gradată permite observarea deviaţiilor firului electrometrului şi evaluarea lor cantitativă.

Sistemul de încăr are este constituit dintr-o baghetă de ebonită ce se încarcă electrostatic prin frecare de un inel de plută.

Dimensiunile dozimetrelor construite sînt aproximativ egale cu acelea ale unui toc rezervor obişnuit.

O etalonare aproximativă (avînd pretenţia a da numai ordinul de mărime) indică că o diviziune a dozimetrului corespunde la 0,03 Ω.

CAMERA UNIVERSALĂ DE DIFRACŢIE

DE

D. BALLY şi I. BÎRSAN

S-a construit o cameră universală de difracţie de tipul celei indicată de M. M. Umanski şi I. A. Bogoriaski*).

Cu ajutorul camerei universale construite se pot face următoarele studii:

a) monocristal (metoda Laue);

*) Zavodskaia laboratoria, vol. XIV, nr. 6, p. 693.

b) monocristal turnant și oscilant;
c) policristale (Debye, Scherer);
d) textură.

Diametrul camerei este de 144 mm ceea ce asigură o dispersie destul de bună a dispozitivului.

Camera este etanșă din punct de vedere optic ceea ce dă posibilitatea fixării directe a filmului în cameră.

Un dispozitiv optic ce se fixează de peretele camerei permite centrarea obiectului în cameră cu precizia 0,01 mm.

STUDII ASUPRA FERITELOR DE BARIU PENTRU OBȚINEREA MAGNEȚILOR PERMANENȚI

DE

T. SCHNEIER

S-a urmărit realizarea unui material adecvat confecționării magneților permanenți, care să prezinte caracteristici superioare. S-a studiat feritul de bariu, avînd în vedere posibilitățile noastre tehnice și folosirea exclusivă a materialelor indigene.

S-a obținut magneți permanenți cu inducție remanentă și forța coercitivă de ordinul 1 100 o r.t d.

Prin încălzire scade inducția remanentă însă prin revenire la temperatura de plecare inducția remanentă reia valoarea inițială. Acești magneți au rezistență electrică mare și sînt foarte stabili la vibrații și ciocniri mecanice.

CU PRIVIRE LA CONSTRUIREA ȘI FUNCȚIONAREA UNUI NOU TIP DE ACTINOMETRU

DE

A. MUNTEANU și C. BALEA

Principiul de funcționare este foarte asemănător cu al unui termometru de mare sensibilitate.

Aparatul este expus energiei radiante un timp determinat din variația coloanei de mercur, cunoscînd constanta aparatului (număr de diviziuni pe calorie și cm^2), se calculează energia radiantă exprimată în calorii.

Cu actualul prototip se pot face măsurători de radiație pînă la 20 cal/cm^2 minut.

CONFERINȚA INTERNAȚIONALĂ PENTRU ORGANIZAREA INSTITUTULUI UNIFICAT DE CERCETĂRI NUCLEARE

Între 20 și 26 martie 1956 a avut loc la Moscova, conferința pentru organizarea Institutului unificat de cercetări în fizica nucleară.

În Uniunea Sovietică în baza cercetărilor științifice și a rezultatelor de pînă acum s-a trasat de către Congresul al XX-lea al P.C.U.S. : « construirea în cursul celui de-al șaselea plan cincinal a unor centrale atomo-electrice cu o putere totală de 2—2,5 milioane kilovați, desăvîrșirea lucrărilor de creare a instalațiilor atomice de producere de energie pentru transporturi, precum și extinderea folosirii izotopilor radioactivi în industrie, agricultură, medicină și cercetări științifice ».

Acordînd o mare importanță utilizării energiei atomice în scopuri pașnice și recunoscînd necesitatea cooperării savanților din diferite țări în cercetările teoretice experimentale în domeniul fizicii nucleare, în vederea extinderii posibilităților de utilizare a energiei atomice în scopuri pașnice, Uniunea Sovietică a inițiat o cooperare internațională în acest sector, propunînd construirea unui « Institut unificat de cercetări nucleare ».

La conferință au participat 11 state. Delegația țării noastre a fost compusă din: Marin Gaston președintele Comitetului de energie nucleară de pe lîngă Consiliul de Miniștri; Tudor Tănăsescu, membru corespondent al Academiei R.P.R.; Alexandru Sanielevici, membru corespondent al Academiei R.P.R.; Paul Drăghicescu, secretarul comitetului de energie nucleară, Adrian Gelberg, candidat în științe fizico-matematice.

La conferința de la Moscova toate delegațiile au primit în mod favorabil propunerea Uniunii Sovietice și au recunoscut necesitatea ca oamenii de știință din diferite țări să colaboreze la cercetările teoretice și experimentale.

Țările participante la conferință primiseră încă din anul 1955 un prim ajutor din partea Uniunii Sovietice în ce privește dezvoltarea cercetărilor nucleare și a aplicațiilor lor pe plan intern.

Ajutorul sovietic acordat reprezintă o totalitate de măsuri menite să permită fiecărei țări să-și poată dezvolta pe viitor, în mod independent, propriile sale cercetări în domeniul folosirii energiei atomice în scopuri pașnice.

Acest ajutor al Uniunii Sovietice nu este de natură comercială, deși Uniunea Sovietică a făcut uriașe cheltuieli pentru punerea la punct a reactorilor atomici și a acceleratorilor. Ea ne transmite acest ajutor, documentația și experiența sa, fără plată.

Pentru țările de democrație populară, acest ajutor reprezintă o primă și serioasă bază spre dezvoltarea științei fizice și a aplicațiilor ei.

Acordul prevede constituirea unei organizații internaționale de cercetări științifice sub denumirea de « Institutul unificat de cercetări nucleare » — cu sediul în U.R.S.S.

Toate statele semnatare sînt membre cu drepturi egale ale acestui Institut. Este de asemenea prevăzută posibilitatea ca și alte state să ia parte în viitor la lucrările Institutului, dacă majoritatea statelor participante sînt de acord.

Conform acordului încheiat, guvernul Uniunii Sovietice a predat Institutului unificat de cercetări nucleare, Institutul de probleme nucleare care este dotat cu un sincrociclotron, calculat pentru accelerarea unor protoni la energii de 680 MeV și laboratorul de electrofizică, dotat cu un sincrofazotron calculat pentru accelerarea unor protoni cu energii de 10 BeV. Aceste instalații uriașe au fost predate cu tot utilajul, construcțiile și clădirile principale, auxiliare și administrative.

Această măsură a guvernului sovietic a fost primită de delegațiile guvernamentale ale statelor participante la conferință cu o mare satisfacție.

În vederea dezvoltării continue a cercetărilor în domeniul fizicii nucleare în cadrul Institutului unificat de cercetări nucleare, acordul prevede să se mai construiască suplimentar:

— un laborator de fizică teoretică cu o secție de calcul și mașini electronice de calculat;

— un laborator de fizică pentru studiul neutronilor înzestrat cu un reactor nuclear experimental, calculat pentru obținerea unui fascicul de neutroni de mare intensitate;

— un ciclotron pentru accelerarea ionilor cu sarcini multiple pentru studiul reacțiunilor între nuclee complexe și pentru obținerea elementelor transuranice, prin bombardarea nucleelor grele cu ioni cu sarcini multiple.

Ca director a fost ales prof. dr. D. I. Blohințev, membru corespondent al Academiei de Științe a R.S.S. Ucrainene, ca directori adjuncți au fost aleși: savantul polonez prof. dr. Marian Danysz și prof. dr. Vaclav Votruba, membru corespondent al Academiei de Științe a Cehoslovaciei.

Institutul unificat de cercetări nucleare are un important rol pe plan științific și politic mondial. Acest institut va fi un pion principal de sprijin pentru activitatea oamenilor noștri de știință în dezvoltarea aplicațiilor energiei atomice în toate sectoarele din țara noastră.

ŞEDINŢE DE COMUNICĂRI

18 februarie 1956

M. Nicolae Mecanismul formării imaginii latente sub acţiunea particulelor ionizate (referat în cadrul examenelor obligatorii de cand.dat)

13 martie 1956

A. A. Sokolov, Teoria electronului luminos (comunicare)

13 martie 1956

Şedinţă plenară cu privire la prelucrarea hotărîrii Sesiunii generale a Academiei R.P.R. (20—21 februarie 1956). Referent, prof. T. Tănăsescu.

SEMINARII

Seminarul de fizică teoretică (acad. S. Ţiţeica)

În cadrul acestui seminar s-au ţinut următoarele referate:

— Stări legate a două corpuri (A. Săndulescu).
— Teoria radiaţiei multipolare în aplicaţii la fotodezintegrare (A. Săndulescu).

Seminarul de fizica neutronilor (acad. H. Hulubei)

În cadrul acestui seminar s-au ţinut următoarele referate:

— Proprietăţi generale ale neutronilor (E. Iliescu).
— Metodele de detectare ale neutronilor (E. Iliescu).
— Încetinirea neutronilor (I şi II) (M. Cristu).
— Absorbţia şi difuzia neutronilor lenţi (M. Cristu).
— Interacţiunea neutronilor cu materia (I şi II) (Gh. Ciobanu).
— Proprietăţile ondulatorii ale neutronilor (Gh. Ciobanu).
— Sursa de neutroni (I şi II) (M. Vicol).

Seminarul de optică (prof. I. Agîrbiceanu)

— Surse de structură superfină (M. Borcoman).
— Structuri superfine de izotopie (N. Ionescu).
— Analiza termenelor spectrale de structură superfină (V. Drăgănescu).
— Efe tele de izotopie în spectrele de bandă (M. Borcoman).
— Excitarea optică simplă şi în trepte a spectrelor de rezonanţă (N. Ionescu).

Seminarul de radiochimie (conf. S. Ionescu)

— Distribuţia trasorilor între solide şi lichide — precipitarea trasorilor — absorbţia lor nespecifică (D. Topor).
— Teoria cromatografiei (C. Grigorescu).
— Aspectul chimic al fisiunii nucleare (O. Constantinescu).

Seminarul difuzia neutronilor (conf. D. Bally)

— Teoria difuziei unui fascicul de particule (neutroni) de către un centru de forţe (Şt. Todireanu).
— Difuzia de rezonanţă formulele Breit-Wigner (A. Berinde).
— Difuzia neutron-proton (Şt. Todireanu).

Seminarul de radioactivitate (prof. A. Sanielevici)

— Probleme actuale ale spectrografiei (I. Mînzatu).

Seminarul raze cosmice (prof. I. Ausländer)

— Metode de determinarea masei particulelor în emulsii fotografice (C. Potoceanu).
— Efecte geomagnetice (N. Fiuciuc).

Seminarul emisia electronică (conf. A. Gelberg)

În cadrul acestui seminar s-au ţinut următoarele referate:
— Emisia electronică a monocristalului metalic (B. Iosifescu).
— Măsurarea vidului înaintat (G. Muşa).

Seminarul aparate electronice (E. Katz)

În cadrul acestui seminar s-au ţinut următoarele referate:
— Despre obţinerea tensiunilor liniar variabile (E. Tarină).
— Surse de înaltă tensiune obţinute prin redresoare de înaltă frecvenţă (M. Birnbaum).
— Problema contracţiei şi expansiei la betatron şi circuitele electronice respective (S. Haltrich).
— Problema injecţiei electronilor la betatron şi circuitele electronice respective (I. Leibovici).

TUDOR TĂNĂSESCU, *Manual de tuburi și circuite electronice*. Ed. Acad. R.P.R., 1955, 346 pag., 352 fig., 18 tablouri.

Apariția unui manual de bază de tuburi și circuite electronice în țara noastră în momentul de față, cînd se lărgesc perspectivele tehnicei electronice prin extinderea ei în domeniul industrial și al fizicii nucleare este foarte bine venită.

Cartea de față se bucură de o condiție importantă, aceea de a se baza pe un curs și o experiență didactică a autorului în domeniul tuburilor electronice de aproape un sfert de veac. Această activitate îndelungată i-a permis autorului să vadă limpede ce este esențial de introdus în manual.

Lucrarea împlinește golul simțit de multă vreme în literatura tehnică romînească, al unui manual de bază în care să se lămurească într-un mod unitar problemele privind tuburile și circuitele electronice.

Manualul poate servi atît în învățămîntul superior cît și persoanelor din producție, atît celor ce doresc să se specializeze cît și nespecialiștilor, materia fiind predată gradat în fiecare capitol, iar chestiunile speciale fiind imprimate cu literă mică.

Autorul urmărește în primul rînd să dea noțiunile de bază și metodele științifice strict necesare pentru analiza și studiul tuburilor și circuitelor electronice. Preocuparea centrală a autorului este de a oferi un manual care să corespundă nevoilor actuale din țară, de aceea rezistînd tentației pe care o oferă un subiect atît de interesant care se pretează la dezvoltări teoretice și tehnice ample, el caută să prezinte numai tipurile principale de tuburi și circuite care sînt de interes în industria și radioserviciile noastre; se renunță să se dea în toate cazurile detalii de proiectare și construcție, astfel că textul se rezumă la explicarea funcționării tuburilor și circuitelor electronice respective în formele de aplicații care se întocmesc mai des în țara noastră.

Urmărind în primul rînd un scop didactic, se renunță în mod intenționat la forma de expunere cu teorii analitice dezvoltate; se caută prin metode simple de analiză să se ajute cititorul la urmărirea aspectului fizic și la formarea unui simț propriu de înțelegere a proceselor din tuburile electronice. De aceea, ca program general de dezvoltare a textului, se prezintă întîi aspectul fizic al problemei, apoi constatările experimentale și în urmă justificarea teoretică și calculele strict necesare. Pentru simplificarea calculelor, se utilizează deseori scheme echivalente, iar pentru privirea de ansamblu rezultatele finale teoretice se expun în diagrame.

Utilizînd îndelungata sa experiență didactică, autorul reușește cu mult succes să ofere un manual de bază, bine echilibrat, lipsit de detalii și complicații inutile și neesențiale, cu o prezentare specific personală și o expunere clară. Fără îndoială acest manual va rămîne mult timp o carte de căpătîi pentru pregătirea tineretului din țara noastră în tehnica electronică.

Materia expusă în volumul I este împărțită în 18 capitole.

Capitolul I tratează emisia electronică sub toate aspectele sale care interesează în practică: emisia termică, de cîmp intens, secundară și fotoelectrică.

Capitolul II descrie formele de catode calde întîlnite în tuburile electronice și caracteristicile lor tehnice.

Balistica electronică se dezvoltă în capitolul III, analizîndu-se cazurile fundamentale de mișcare a particulelor încărcate în vid, în cîmpuri electrice și magnetice, cu exemplificări din fizică și tehnică (osciloscopul catodic, microscopul electronic, spectrograful de masă, ciclotronul și betatronul).

Proprietatea de bază a tubului electronic, ca element de circuit unilateral și neliniar, se analizează în capitolul IV, în care se prezintă caracteristicile diodei cu vid înaintat.

A doua proprietate fundamentală și cea mai importantă a tehnicei electronice, posibilitatea de control sau comandă fără consum de putere, apare o dată cu primul tub cu grilă

de comandă (trioda) ale cărui caracteristici sînt amplu examinate în capitolele V, VI, VII și VIII.

Capitolele IX și X tratează tuburile de bază cu grilă ecran, tetroda și pentoda.

Tuburile cu două grile de comandă și tuburile multiple sau de amestec sînt descrise în capitolul XI.

Capitolul XII tratează pe scurt chestiunea zgomotului tuburilor.

În capitolul XIII se tratează sub o formă interesantă posibilitatea de modificare a proprietăților tuburilor electronice funcționînd în circuite cu reacțiune.

Studiul proprietăților și aplicațiile tuburilor catodice care au astăzi o utilizare atît de universală, se face în capitolul XIV.

Cu acest capitol se termină prima parte a volumului în care se epuizează chestiunile de bază privind tuburile electronice cu vid înaintat, folosite atît în radiocomunicații cît și în electronica industrială.

În următoarele două capitole (XV și XVI) se descriu fenomenele de bază ale descărcărilor în gaze și proprietățile tuburilor ionice (gazotronul, tiratronul, ignitronul și excitronul), tuburi deosebit de importante pentru electronica industrială și unele aplicații în fizica nucleară.

În capitolul XVII se descriu pe scurt tuburile și celulele fotoelectrice, utilizate în televiziune și în parte în electronica industrială.

Detalii constructive și caracteristici tehnice ale tuburilor de recepție și de emisie se dau în capitolele XVIII într-o serie de tablouri și figuri.

Cu această întocmire, manualul poate satisface marea majoritate a cititorilor. Astfel se explică rapida epuizare a cărții la numai cîteva luni după apariție. Bineînțeles, pentru unii cititori după preferință și necesitățile particulare, ar putea să apară și unele lipsuri: de pildă o dezvoltare mai mare a capitolelor privind tuburile cu gaz.

În ce privește prezentarea grafică a cărții, se observă calitatea nesatisfăcătoare a desenelor, care este necorespunzătoare pentru o carte apărută în Editura Academiei R.P.R.

Cr. Vazaca

A. ROTH, *Tehnica vidului și a aparatelor electrice cu vid*. Ed. energetică de stat, București, 1955, 650 pag.

Obținerea și măsurarea vidului constituie actualmente o problemă foarte importantă atît în știință cît și în tehnică. De aceea, cartea lui A. Roth, *Tehnica vidului și a aparatelor electrice cu vid*, prima carte românească care se ocupă de problema vidului, este foarte prețioasă.

După cum arată însuși autorul, cartea se adresează inginerilor și tehnicienilor care lucrează în specialitatea fabricării aparatelor cu vid cît și nespecialiștilor care doresc să cunoască tehnologia și construcția acestor aparate. Trebuie remarcat însă cu regret că nu se dă o atenție destul de mare și aplicării tehnicii vidului în cercetarea științifică, în special, emisie electronică și ionică, semiconductori, fizică nucleară, unde obținerea și menținerea vidului constituie una din problemele fundamentale.

În capitolele I și II autorul descrie pe larg materialele utilizate și metode de prelucrare a acestor materiale în tehnologia aparatelor cu vid. Pentru fiecare material în parte, se expune metoda de extragere și prelucrare, proprietățile fizice și chimice, structura cristalină, rezistența, proprietăți termice, electrice și emisive și la sfîrșit felul cum este utilizat în aparatele electrice cu vid.

Foarte amănunțit este studiat rolul și tehnologia de prelucrare a sticlei folosită în aparatele cu vid. Tot în capitolul I un paragraf întreg este dedicat descrierii proprietăților metodelor de prelucrare și utilizare a cuarțului. Lipsesc însă date cu privire la executarea trecerilor de la un tip de sticlă la altul.

În capitolul III sînt expuse diferite tipuri de legături etanșe folosite în aparatele cu vid. Sînt descrise diferite tipuri de etanșări, treceri metalice prin sticlă și ceramică, diferite tipuri de treceri mobile și metode de acționare din exterior sub vid.

În capitolul IV sînt descrise componentele funcționale ale lămpilor electrice și ale tuburilor electronice. Fiecare paragraf cuprinde o scurtă introducere teoretică și descrierea modului de confecționare și utilizare a fiecărei părți componente, ca de exemplu: confecționarea corpurilor incandescente (metode de spir lizare și controlul uniformității spiralizării etc.), diferite tipuri de catozi, anozi, grile, ferestre și ecrane.

Capitolul V intitulat *Vidul în tuburile electronice și din lămpile electrice*, cuprinde în § 1 cîteva elemente din teoria cinetică a gazelor. În § 2 sînt descrise metodele de obținere a vidului. Aici sînt expuse atît metodele de vidare prin pompare (pompe mecanice, ejectoare, pompe de difuzie cu vapori de ulei și mercur) cît și cu ajutorul absorbanților (gheteri). Nu

sînt expuse însă metodele cele mai noi de obținere a vidului înaintat pînă la $\cong 10^{-11}$ mm Hg cu ajutorul pompelor de ionizare sistem Alpert. La sfîrșit, sînt date și metode de calcul a regimului de funcționare a instalațiilor de vid: stabilirea limitelor între regimurile de curgere, calculul debitului conductelor complexe, viteza de evacuare, durata evacuării, construcția conductelor.

În § 3 sînt arătate metodele de măsurare a vidului. Sînt descrise diferite tipuri de manometre atît pentru vid de ordinul zecilor de mm Hg cît și pentru vid înaintat. Lipsesc însă ultimele tipuri de manometre sistem Alpert cu anoda în formă de fir. Tot aici sînt descrise și metodele de detecție a neetanșeităților. Sînt descrise diferite procedee: cu suprapresiune și cu descărcări electrice. Nu este însă descrisă metoda cea mai nouă de detecție cu ajutorul spectrografiei de masă.

În § 4 sînt arătate diferitele tipuri de instalație de vid: instalații statice și automate de pompare.

În § 5 intitulat *Construcția și tehnologia cîtorva dintre aparatele electrice cu vid* se cuprinde descrierea diferitelor tipuri de lămpi electrice, tuburi electronice și tuburi luminoase.

În § 6 sînt cuprinse diferite metode de profilaxie a vidului, adică reguli de ordin organizatoric, pentru a putea obține și menține vidul în aparate.

La sfîrșit este dată o listă foarte amănunțită cu bibliografie referitoare la cele cinci capitole ale cărții.

Cartea este de mare folos atît cercetătorilor cît și tehnicienilor care lucrează la probleme unde este nevoie de vid.

N. Croitoru

D. IVANENKO și A. SOKOLOV, *Teoria clasică a cîmpului*. Ed. tehnică, București, 1955, 440 pag.

Prima ediție în limba rusă a acestei cărți a apărut în 1948. După numai trei ani s-a simțit nevoia unei a doua ediții, care a apărut în 1951. Prezenta traducere este întocmită după a doua ediție în limba rusă. Ea pune la îndemîna fizicienilor teoreticieni din țara noastră, o tratare în mare parte sub formă originală, cu metode matematice speciale, a problemelor clasice din teoria cîmpului.

Se începe prin a se face în capitolul 1 teoria generală a funcției δ, cu ajutorul căreia pot fi descrise anumite singularități legate de sarcini. Se dau cîteva formule mai importante care se obțin cu ajutorul acestei funcții, iar în § 7 se introduce funcția lui Green. Autorii și-au propus să dea metodele generale ale formalismului respectiv, fără a da și justificarea matematică riguroasă a formalismului. Această tratare este avantajoasă deoarece nu complică inutil expunerea și obișnuiește pe cititor cu metodele de calcul.

Capitolul 2 se ocupă cu ecuațiile statice de tip eliptic. Se începe cu ecuația lui Laplace-Poisson unidimensională, bidimensională și tridimensională. Se dau metode de rezolvare cu ajutorul funcției lui Green. Rezultatele sînt aplicate după aceea în cîteva probleme simple de electrostatică, cum ar fi problema planului încărcat, cilindrului încărcat ținîndu-se seama de condițiile la limită.

În capitolul 3 se studiază ecuații în care intervine timpul. În paragrafe speciale se arată cum se aplică teoria funcției Green la ecuația conductibilității termice, adică la o ecuație de tip parabolic și la ecuația undelor lui d'Allembert, care este o ecuție de tip hiperbolic. Ecuația lui d'Allembert este studiată în cazul oscilațiilor monocromatice și al oscilațiilor nestaționare. Se trece apoi la studiul ecuației undelor a lui Klein și Gordon. Autorii fac generalizări în ceea ce privește ecuația undelor într-un spațiu n dimensional dîndu-se modul de integrare. De asemenea se face o aplicație importantă, anume se studiază propagarea undelor electromagnetice într-un mediu conductor. Rezumînd, în acest capitol au fost studiate cu metode noi, bazate pe folosirea funcției Green, unele probleme relativ vechi, din domeniul respectiv.

În următoarele două capitole, care sînt ultimele, se face o tratare foarte detaliată a electrodinamicii clasice (cap. 4) și mezodinamicii clasice (cap. 5). Se începe cu expunerea bazelor electrodinamicii clasice insistîndu-se asupra proprietăților de invarianță Lorentz relativistă, dîndu-se și formalismul lagrangean și hamiltonian. Ca aplicație se calculează potențialul Lienard-Wiechert și se dă formula lui Breit. După aceea se expun pe larg anumite aplicații ale teoriei la fenomene descoperite mai de curînd, cum ar fi teoria efectului Cerenkov. Se face o largă analiză a problemei masei proprii, problemă care este departe de a fi rezolvată.

După aceea se expun teorii neliniare, cu derivate superioare și se arată modificările care sînt necesare în teoria uzuală pentru obținerea masei finite a electronului. Astfel se face teoria procesului λ și teoria bicîmpului. Se discută difuzia luminii de către electroni și radia-

ția electronilor accelerați. Se expun teorii în mare măsură originale, studiate de Sokolov, Ivanenko și colaboratorii lor, cum ar fi, teoria betatronului, la început teoria elementară, apoi teoria emisiei de unde electromagnetice de către electronii care se mișcă pe un cerc, distribuția spectrală a intensității radiației, teoria electronului luminos.

În ultimul capitol se expune mezodinamica clasică. În primul paragraf intitulat *Problema forțelor nucleare* se dă un bogat material, mai ales experimental în legătură cu problema mezonilor și teoria forțelor nucleare, transmise prin perechi de particule. După aceea se studiază cîmpul mezonic scalar, cîmpul mezonic pseudoscalar, cîmpul mezonic vectorial și cîmpul mezonic pseudovectorial. Tratarea prezintă părți interesante, mai ales datorită expunerii unei concepții proprii. Se știe că o tratare corectă a mezonilor se poate face numai pe cale cuantică. Totuși nu este lipsit de interes a se analiza cît mai amănunțit la ce poate să conducă o tratare clasică. Astfel se obțin printr-o tratare clasică anumite rezultate în legătură cu teoria forțelor nucleare. Se dă o mare atenție aplicării teoriei la difuzia cvasielectrică și cvasimagnetică a mezonilor vectoriali. Se consideră și problema difuziei undelor mezonice vectoriale, cu considerarea amortizării. În ce privește problemele cîmpului gravitațional, ele sînt atinse parțial, în paragraful final.

Într-o anexă se discută cîteva aspecte ale teoriei vidului și pe scurt problema deplasării nivelelor, formalismul multitemporal.

Folosind metode matematice noi, aplicabile în special în teoria cuantică a cîmpului, autorii prezintă teoria clasică a cîmpului într-un formalism nou, cu aplicații practice. Se insistă destul de mult asupra sensului fizic. Credem că scopul pe care și l-au propus autorii, de a prezenta o expunere cu caracter original, a teoriei clasice a cîmpului, a fost pe deplin realizat.

A. Corciovei

INTREPRINDEREA
POLIGRAFICĂ nr. 4
BUCUREŞTI

C. 954

Lei 5.—

F 979

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ
ŞI
INSTITUTUL DE FIZICĂ

Institut... VYME... TAU...

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

PRINCIPALA BIBLIOTECĂ TEHNICĂ

4

ANUL VII

OCTOMBRIE — DECEMBRIE 1956

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ
ŞI
INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

4

ANUL VII

OCTOMBRIE — DECEMBRIE 1956

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

COMITETUL DE REDACȚIE

ACADEMICIAN H. HULUBEI; T. TĂNĂSESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; GH. ATANASIU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; T. V. IONESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; D. BALLY; A. GELBERG; M. ONCESCU; V. NOVACU, membru corespondent al Academiei R.P.R. — *redactor responsabil*

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ
ŞI
INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul VII, nr. 4 Octombrie-noiembrie-decembrie 1956

SUMAR

	Pag
M. SOCOLESCU şi D. BIŞIR, Calculul reţelei staţiilor de pendul din R.P.R.	505
SABBA S. ŞTEFĂNESCU, Asupra unor linii de cîmp magnetic definite prin transcendente elementare	519
E. LARISCH şi I. SHECHTMAN, Asupra posibilităţii reacţiilor nucleare în lanţ cu elemente uşoare	531
D. BOGDAN şi CH. IUSIM, Emisia radiaţiei γ în modelul păturilor nucleare	541
R. WEINER, Izomeria nucleară şi spectrele atomice' (I)	567
H. ROTHMAN, Asupra controlului tensiunii de vapori la descărcările electrice în amestecuri de gaze şi vapori	579
NOTE	585
DIN ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ ATOMICĂ	591
RECENZII	593

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE
INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE
ET
INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome VII, n° 4 Octobre-novembre-décembre 1956

SOMMAIRE

Page

M. SOCOLESCU et D. BIŞIR, Calcul du réseau des stations de pendule de la République Populaire Roumaine 505

SABBA S. ŞTEFĂNESCU, Sur certaines lignes de champ magnétique définies par des transcendantes élémentaires 519

E. LARISCH and I. SHECHTMAN, On the Possibility of Nuclear Chain Reactions in Light Elements 531

D. BOGDAN et CH. IUSIM, The γ Emission on the Basis of the Nuclear Shell-Model 541

R. WEINER, Nuclear Isomerism and Atomic Spectra (I) 567

H. ROTHMAN, Sur le contrôle de la tension de la vapeur dans le cas des décharges électriques à travers des mélanges de gaz et de vapeurs 579

NOTES 585

L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE . . . 591

COMPTES RENDUS 593

ÉDITIONS DE L'ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ФИЗИКИ
И ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том VII, № 4 Октябрь—ноябрь—декабрь 1956

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

М. СОКОЛЕСКУ и Д. БИШИР, Расчет сети маятниковых станций в Румынской Народной Республике 505

С. С. ШТЕФЭНЕСКУ, О некоторых линиях магнитного поля, определяемых элементарными трансцендентными величинами 519

Е. ЛАРИШ и И. ШЕХТМАН, О возможности цепных ядерных реакций с легкими элементами 531

Д. БОГДАН и К. ЮЗИМ, γ излучение в модели ядерных оболочек . . . 541

Р. ВАЙНЕР, Ядерная изомерия и атомные спектры (I) 567

Х. РОТМАН, О контроле давления паров при электрических разрядах в смесях газов и паров 579

ЗАМЕТКИ 585

В ИНСТИТУТЕ АТОМНОЙ ФИЗИКИ 591

РЕЦЕНЗИИ 593

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 4, 1956

CALCULUL REŢELEI STAŢIILOR DE PENDUL DIN R.P.R. *)

DE

M. SOCOLESCU şi D. BIŞIR

A. Măsurătorile gravimetrice cu pendulul au cunoscut două etape de dezvoltare pe teritoriul R.P.R. În prima etapă (1890—1916), măsurătorile au fost efectuate de către observatori străini în staţii izolate sau pe anumite trasee. În raportul prezentat în 1911 de E. Borrass [1] se găsesc datele privind 12 staţii de pendul, executate de Sterneck-Krifka de la Wiener K. U. K. Militär Geographisches Institut între anii 1890—1896, precum şi pentru staţiile de pendul măsurate de E. Borrass la Galaţi şi Bucureşti în anul 1900.

Mult mai tîrziu, în 1930, K. Oltay [2] prezintă datele măsurătorilor executate între anii 1908 şi 1913 de către Institutul geodezic al Ungariei, între care se găsesc şi 18 staţii de pendul executate pe teritoriul R.P.R.

Pentru cele mai multe dintre staţiile de pendul vechi, L. Tanni [3] recalculează în 1942 valorile pentru anomaliile în aer liber, Bouguer şi izostatice.

În cea de-a doua etapă (1940—1948), avînd la dispoziţie un aparat modern cu 4 penduli, etalonat pe baza de la Potsdam, se pune pentru prima oară problema creării în ţara noastră a unei reţele gravimetrice moderne, care să acopere cît mai uniform aproape întreaga suprafaţă a teritoriului ţării. Măsurătorile au fost executate de către M. Socolescu în cadrul Comitetului geologic între anii 1941 şi 1947—1948. Pentru o parte din staţiile noi au fost calculate anomaliile în aer liber, Bouguer şi izostatice în cadrul Comitetului geologic [4], iar pentru altă parte din ele s-au calculat numai anomaliile izostatice în cadrul Institutului de fizică al Academiei R.P.R. [5].

Recalcularea, corelarea şi interpretarea întregului ansamblu de măsurători vechi şi noi, cît şi compararea rezultatelor obţinute cu cele ale observatorilor anteriori pe aceleaşi staţii, constituie subiectul prezentei lucrări.

Deşi datele preliminare privind întreaga reţea de staţii de pendul au fost folosite pînă în prezent cu succes în elaborarea unor lucrări şi hărţi gravimetrice de sinteză, unitare, privind întregul teritoriu al R.P.R., lucrări ce aveau fie un caracter industrial, fie un caracter ştiinţific, nece-

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 26 iunie 1956.

sitatea lucrării de față este impusă pe de o parte de creșterea continuă a volumului mare de lucrări gravimetrice pe o bază cît mai rațională și cu o aparatură din ce în ce mai modernă, iar pe de altă parte ea este absolut necesară lucrărilor ce se execută în vederea determinării pe cale gravimetrică a ondulațiilor geoidului în R.P.R.

B. Măsurătorile în stațiile noi au fost executate cu un aparat Sterneck cu 4 penduli, construit în anul 1939 de casa Askania-Berlin în același timp cu cele două aparate livrate în Polonia și Bulgaria.

Pendulii sînt construiți din invar, produs de casa Guillome din Paris. Ele au suspensia în O tip Stuckrat; cuțitele și cuzineții sînt de agat de Brazilia. Oglinzile de reflexie sînt șlefuite și argintate pe invar, astfel că în afară de cuțite, pendulii sînt construiți exclusiv din același material.

Puntea optică este de tipul Schmell. Stativul cu clopot este construit din aluminiu și prezintă dispozitive pentru ridicat pendulii de pe cuzineți, pentru aranjat lansarea numai a cîte unui pendul sau a toate patru simultan, precum și un dispozitiv de lansare prin tacheți de fildeș, reglabili. Toate aceste dispozitive au conusuri etanșe pentru păstrarea vidului.

Pe un dispozitiv metalic, avînd cam aceeași capacitate calorică cu pendulii, se află un termometru de precizie, divizat în 0,2°C și un manometru cu mercur pentru citirea directă a vidului în milimetri.

Înregistrarea observațiilor s-a făcut cu un aparat tip Potsdam construit de P. Fechner cu înregistrarea fotografică a trecerii pendulilor prin poziția de echilibru, alături de înregistrarea semnalelor orare.

Amplitudinea de lucru a fost inițial de ordinul a 20′, putînd să scadă pînă la 5′, iar vidul de lucru a variat între 3,5—6 mm.

Înainte de efectuarea măsurătorilor în țară cu acest aparat, el a fost etalonat pe baza de la Potsdam de către M. Socolescu, sub conducerea prof. K. Weiken. În perioada etalonării s-au făcut 31 înregistrări de cîte 12 ore pentru temperaturi cuprinse între 2,2° și 30°C și presiuni de la 3,6 mm pînă la presiunea atmosferică, timpul fiind citit la ceasornice de cuarț.

Folosind metoda celor mai mici pătrate și o ecuație normală cu 6 parametri s-a obținut, pentru fiecare din cei 4 penduli, ecuațiile de variație ale perioadei de oscilație în funcție de temperatura t, în grade, și presiunea p, în milimetri:

$$x_{\mathrm{I}} = 117{,}72 + 1{,}54p + 1{,}71t - 0{,}0207\,t^2 + 9{,}711\,\sqrt{p} + 0{,}0057pt,$$

$$x_{\mathrm{II}} = 100{,}83 + 1{,}40p + 2{,}68t - 0{,}047t^2 + 13{,}54\,\sqrt{p} + 0{,}0046pt,$$

$$x_{\mathrm{III}} = 150{,}73 + 1{,}65p + 2{,}02t - 0{,}023t^2 + 6{,}24\,\sqrt{p} - 0{,}0047pt,$$

$$x_{\mathrm{IV}} = 124{,}49 + 1{,}53p + 2{,}59t - 0{,}057t^2 + 9{,}23\,\sqrt{p} - 0{,}0044pt.$$

Pe baza acestor date s-au întocmit diagrame de corecții în jurul temperaturii de 15°C. Între 10 și 20°C corecția reprezintă 0,18—0,26 mgali/grad, iar la temperaturi mai mari de 25°C corecția devine negativă din cauza invarului utilizat.

Pentru măsurătorile de legătură s-a constatat că perioada de oscilație poate avea abateri ce ating 0,6 mgali, datorită așezării cuțitelor pendulilor pe cuzineți.

Pentru înregistrări s-au folosit semnalele orare ale posturilor pe undă foarte lungă : Rugby, Bordeaux și Nauen. Semnalele au fost recepționate cu un aparat Telefunken Rö 900 și utilizate într-o doză electromagnetică, care prin vibrație împrăștie raza de lumină.

Pentru comparație s-au utilizat 5 semnale orare distincte și 8 poziții de trecere ale fiecărui pendul, folosind ca etalon vibrația întreținută a unui diapazon cu o frecvență aproximativ de 40 oscilații pe secundă. O secundă s-a înregistrat pe hîrtia fotografică pe circa 40 mm, dîndu-se astfel posibilitatea ca să se citească cu ajutorul unui microscop intervale de timp de 1/4000 de secundă. Semnalele orare au fost corectate utilizînd corecțiile obținute de la B.I.H*) sau alte servicii ale orei (Potsdam, Greenwich etc.).

C. Măsurătorile efectuate în cele 50 de stații de pendul s-au desfășurat astfel :

Prima rețea a fost executată în anul 1941 și a cuprins numai 12 stații formînd două cicluri și anume :

a) București (Roșu) — Ploiești — Sinaia — Orașul Stalin — Cîmpulung — Pitești — Tîrgoviște — București.

b) București — T.-Măgurele — Craiova — Caracal—Slatina—Giurgiu — București.

În anul 1947 s-a executat o rețea de un singur ciclu cu 9 stații noi pornind de la baza nouă de la Căldărușani (Surlari) pe circuitul :

Căldărușani — București (Roșu) — Mediaș — Tg.-Mureș — Turda — Cluj — Alba-Iulia — Sibiu — Sighișoara — Făgăraș — Orașul Stalin — Căldărușani.

În anul 1948, rețeaua a cuprins 29 de stații noi, dispuse în 5 cicluri :

a) Căldărușani — Buzău — Focșani — Sascut.

b) Sascut — Bacău — Roman — Fălticeni.

c) Fălticeni — Rădăuți — Dorohoi — Hîrlău — Iași — Huși — Bîrlad — Tecuci — Galați — Sascut.

d) Sascut — Tg.-Ocna — Miercurea Ciucului — Odorhei — Tg.-Mureș — Toplița — Fălticeni.

e) Fălticeni — Cîmpulung — Vatra Dornei — Bistrița — Dej —Baia Mare — Satu-Mare — Zalău — Oradea Mare — Beiuș — Gura-Barza — Deva — Făgăraș — Căldărușani.

Înainte de începerea măsurătorilor, pendulii au fost suspendați și puși să oscileze de mai multe ori pentru a intra în regim. Pentru control, în fiecare din stații s-au executat cel puțin două măsurători. Închiderile s-au situat în limita erorilor, admițîndu-se o deformație cu timpul, care, în perioada de două luni de măsurători în anul 1948, a atins 2,5 mgali. Această deformație s-a comportat uniform pe toți cei patru penduli, constatîndu-se o distribuție proporțională cu timpul pe toate ciclurile de măsurători. Atît închiderile pe ciclurile Sascut și Fălticeni cît și închiderile pe stațiile Tg.-Mureș, Făgăraș și Orașul Stalin, măsurate în 1947, s-au făcut sub limita erorilor.

În vederea obținerii unor înregistrări bune s-au ales pentru stații încăperi izolate în care se poate păstra întuneric și care să aibă pardoseala din ciment, piatră sau cărămidă, preferîndu-se subsolul clădirilor mari (tabloul nr. 1). Temperatura de lucru s-a menținut în general constantă la toate stațiile. Stațiile pentru care presiunea a variat cu mai mult de 2 mm, au fost refăcute.

*) Biroul Internațional al orei.

Pentru fiecare staţie s-au înregistrat cel puţin două cicluri de măsurători şi anume un ciclu peste zi, avînd o înregistrare a timpului pe emisiunea de dimineaţă pe postul Bordeaux sau Pontoise, o înregistrare la ora 10 pe postul Rugby, o înregistrare la ora 18 pe postul Rugby şi o înregistrare seara pe postul Bordeaux sau Pontoise. În anul 1941 s-a înregistrat şi postul Nauen la orele 12. Ciclul din timpul nopţii a cuprins postul Bordeaux sau Pontoise şi de multe ori s-a prelungit pînă la 14 ore, începînd cu postul Rugby de la orele 18 sau sfîrşind cu postul Rugby de la ora 10. Adesea s-au întîmpinat dificultăţi la înregistrarea semnalelor orare, fie din cauza lipsei emisiunilor fie din cauza prezenţei unor paraziţi locali sau suprapunerea altor posturi peste postul emiţător. Aceste cauze au determinat repetarea unora din cicluri.

Calculul datelor de observaţie ale staţiilor de pendul a fost întîrziat mult timp, din cauza lipsei corecţiilor pentru semnalele orare. În primul rînd s-au primit corecţiile semnalelor orare de la Greenwich şi ele au fost apoi completate după buletinele de la B.I.H.

În prezent, întregul material de observaţie a fost revăzut, calculele vechi au fost revizuite şi s-a procedat la recalcularea valorilor brute şi a valorilor anomale pentru g. Cu această ocazie s-au constatat şi corectat cîteva erori strecurate în lucrările mai vechi, ([4] şi [5]), pentru staţiile Bucureşti, T.-Măgurele şi Giurgiu.

Pentru reducerea valorilor brute obţinute pentru g au fost utilizate la început tabelele Cassinis şi publicaţiile Institutului de izostazie de la Helsinki. În lucrarea de faţă, pentru toate staţiile vechi şi chiar şi pentru unele noi, valorile Bouguer au fost recalculate pentru o densitate a stratului intermediar $\rho = 2{,}2$, iar valorile anomaliei izostatice s-au recalculat folosind hărţile de corecţii publicate anterior [5].

Pentru reducerea Bouguer s-a adoptat exclusiv valoarea 2,2 pentru faptul că peste 80% din staţiile de pendul sînt situate pe formaţiuni terţiare noi cu grosimi adesea de cîteva mii de metri, care au densitatea medie de 2,2. Din restul de staţii majoritatea sînt aşezate pe formaţiuni cretacice sau terţiare vechi cu densitatea 2,4—2,5 şi numai cinci staţii sînt situate pe roci metamorfice sau eruptive cu o densitate mai mare de 2,5.

Din încercările făcute de noi rezultă că atribuirea de densităţi diferite pentru reducerea Bouguer în cazul unei reţele unitare conduce la concluzii eronate chiar pentru reducerile izostatice, dacă nu se ţine seama de distribuţia generală a densităţii pe profile geologice.

Valori ceva mai precise decît cele date de noi se pot obţine numai sub formă de corecţii geologice, calculate pentru excesul sau deficitul de masă faţă de densitatea medie 2,2, admisă în mod general.

D. În tablourile nr. 2 şi 3 sînt prezentate toate datele privind reţeaua constituită din cele 50 de staţii de pendul noi, executate în etapa a doua şi pentru cele 32 de staţii de pendul vechi, măsurate în prima etapă. În ambele tablouri se dau : localitatea, data executării măsurătorilor, altitudinea staţiei, localizarea geografică (longitudine şi latitudine), valoarea măsurată, totală şi normală a gravitaţiei, precum şi valorile anomaliilor în aer liber, Bouguer şi izostatice (pentru patru adîncimi de compensare). Pentru staţiile vechi nu se dă valoarea măsurată a gravitaţiei.

Valorile anomaliilor în aer liber, Bouguer şi izostatice pentru staţiile vechi au fost recalculate de noi, ţinînd seama de datele vechi. Aceste valori

au fost folosite în măsura în care au fost necesare pentru conturarea anomaliilor.

Pentru absolut toate stațiile, prezentate în cele două tablouri, valoarea anomaliei Bouguer s-a recalculat pentru densitatea $\rho = 2{,}2$, în scopul întocmirii unor hărți unitare pentru întregul teritoriu.

În tabloul nr. 1 se arată locul în care au fost executate cele 50 de stații noi de pendul, pentru ușurința legării lucrărilor gravimetrice ulterioare cu aceste stații.

Pentru cîteva din stații există în prezent atît măsurători din prima etapă cît și din cea de-a doua. Acest fapt ne-a dat posibilitatea de-a face o comparație între rezultatele acestor măsurători, deși stațiile noi de pendul nu au fost amplasate în aceleași locuri din localitatea respectivă, unde s-au măsurat și stațiile vechi de pendul, așa după cum ar fi fost de dorit. Această suprapunere a măsurătorilor noi și vechi nu s-a putut realiza.

După cum se vede din tabloul nr. 4, neținînd seama de distribuția anomaliilor în stațiile din aceeași localitate, se obțin diferențe între valoarea veche și cea nouă, cuprinse între — 8,9 și + 3,9 mgali. În cazul valorii de la București s-a făcut în anul 1954 o măsurătoare triplă*) găsindu-se o diferență de +3,1 mgali. În acest fel, diferența precisă de închidere între datele lui E. Borrass din 1909 și M. Socolescu din 1941 se reduce la + 1,6 mgali în loc de + 3,9 mgali.

Între valorile stațiilor noi și cele ale stațiilor vechi după cum se vede și din tablourile nr. 2 și nr. 3 se constată o diferență în minus de 7—9 mgali pentru măsurătorile executate între 1908 și 1913 de Institutul geodezic al Ungariei și diferențe variabile față de celelalte măsurători mai vechi.

E. În scopul utilizării datelor gravimetrice pentru studiul formei geoidului în R.P.R., datele rețelei stațiilor de pendul noi, prezentate în tabloul nr. 2 cît și datele ungurești din 1908 — 1913 (tabloul nr. 3), cărora li s-a adus o corecție de + 8 mgali pentru valorile totale și în aer liber, au fost folosite la întocmirea hărților Bouguer și în aer liber la scara 1 : 1 500 000 (planșele nr. 1 și 2). De asemenea, după recalcularea valorilor anomaliilor izostatice s-a întocmit și o hartă a anomaliilor izostatice la aceeași scară în ipoteza Airy pentru adîncimea de compensare $T = 30$ km (planșa nr. 3).

În cele trei planșe prezentate, pe lîngă valorile stațiilor de pendul, s-au adăugat și datele gravimetrice sub formă de hărți publicate pentru partea de sud a țării [6] și [7] căpătîndu-se astfel pentru această parte o imagine mai completă. Se observă o bună corespondență între valorile stațiilor de pendul și hărțile adăugate, ceea ce era de așteptat, deoarece măsurătorile gravimetrice folosite în construirea hărții Bouguer au fost legate și raportate la rețeaua stațiilor de pendul. În general această rețea a servit ca bază de plecare și control la întocmirea hărții gravimetrice Bouguer atît pentru Oltenia și Muntenia cît și pentru întreaga țară.

După cum se remarcă, anomaliile gravimetrice sînt foarte puțin regulate și stațiile de pendul sînt destul de rare, din care cauză pentru o trasare cît mai reală a izoliniilor a fost necesară o orientare generală după structura suprafeței și o prelucrare în paralel a celor trei hărți.

---

*) Măsurătoare executată în cadrul Academiei tehnice militare de către cpt. Tiron și lt. maj. D. Marinescu.

Tabloul nr. 1

Localităţile şi locul executării măsurătorilor pentru staţiile noi de pendul

Nr. crt.	Localitatea	Locul în care s-a executat măsurătoarea
1	Bucureşti (Roşu)	Sala de distilare a Laboratorului de fizică
2	Ploieşti	Subsolul principal al clădirii fostei Soc. Creditul minier
3	Sinaia	Casa din str. Em. Constantinescu nr. 2, într-una din camerile dependinţelor cu planşeu din ciment
4	Oraşul Stalin	Pivniţa bibliotecii „Muzeul săsesc"
5	Cîmpulung	Muzeul liceului teoretic de băieţi
6	Piteşti	Sala de lucru manual al liceului teoretic de băieţi
7	Tîrgovişte	Ultimul subsol, cel mai îndepărtat de intrare, al liceului comercial
8	T.-Măgurele	Subsolul de lîngă spălătorie al liceului teoretic de băieţi
9	Craiova	Subsolul din faţa sălii de gimnastică a liceului teoretic de fete
10	Caracal	Subsolul de sub scena de teatru al liceului teoretic de băieţi
11	Slatina	Subsolul garderobă al internatului şcolii de meserii
12	Giurgiu	Camera de gardă din curtea liceului comercial
13	Căldăruşani	Observatorul geomagnetic Surlari, sala de pendul din subsol
14	Mediaş	Laboratorul de chimie al fostei direcţii a Soc. „Gaz Metan"
15	Tg.-Mureş	Baia de la ateliere a fostei Soc. „Gaz Metan"
16	Turda	Parterul clădirii din fundul curţii a localului fostei Soc. „Gaz Metan"
17	Cluj	Parterul localului fostei Soc. „Gaz Metan", lîngă fabrica C.A.M.
18	Alba-Iulia	Parterul clădirii Sfatului popular orăşenesc
19	Sibiu	Parterul spălătoriei din localul şcolii militare
20	Sighişoara	Localul fostei Soc. „Gaz Metan"
21	Făgăraş	Parterul clădirii fostei Soc. „Gaz Metan"
22	Buzău	Camera cu cazane de spălat a Casei tineretului din curtea internatului fostului liceu Hajdeu
23	Focşani	Sala de operaţii a spitalului de ochi
24	Sascut	Sala de mese din casa administraţiei fermei Sascut a Fundaţiei Elias
25	Bacău	Subsolul din faţa camerei tezaur din localul secţiei financiare
26	Roman	Camera de cabluri din clădirea telefoanelor
27	Fălticeni	Subsolul clădirii Comisariatului militar
28	Rădăuţi	Subsolul clădirii liceului industrial de băieţi
29	Dorohoi	Sala de coruri din localul Sfatului popular orăşenesc
30	Hîrlău	Camera de lîngă sala de operaţie, din faţa sălii de pansamente a clădirii Spitalului mixt
31	Iaşi	Camera obscură a laboratorului de măsuri electrice din clădirea Universităţii
32	Huşi	Atelierul de tîmplărie al Căminului de ucenici
33	Bîrlad	Subsolul clădirii Sfatului popular orăşenesc
34	Tecuci	Subsolul clădirii Căminului de ucenici
35	Galaţi	Subsolul clădirii liceului comercial de băieţi
36	Tg.-Ocna	Camera U.T.M. din clădirea morii salinei
37	Miercurea-Ciuc	Intrarea de serviciu a clădirii hotelului orăşenesc
38	Odorhei	Subsolul clădirii Sfatului popular raional
39	Topliţa	Subsolul clădirii dispensarului
40	Cîmpulung Mold.	Camera de baie din clădirea fostului liceu Dragoş-Vodă
41	Vatra Dornei	Subsolul clădirii fostului cazinou
42	Bistriţa	Subsolul clădirii fostului liceu Al. Odobescu
43	Dej	Subsolul clădirii fostului liceu de băieţi A. Mureşanu
44	Baia Mare	Camera de baie de lîngă bucătărie din clădirea fostei şcoli de subingineri
45	Satu-Mare	Subsolul clădirii Sfatului popular regional
46	Zalău	Brutăria din subsolul clădirii fostului liceu reformat unguresc
47	Oradea Mare	Parterul clădirii Sfatului popular orăşenesc
48	Beiuş	Parterul clădirii Sfatului popular orăşenesc
49	Brad – Gura-Barza	Laboratorul de chimie al staţiei de preparare mecanică
50	Deva	Subsolul clădirii miliţiei

1. Trecînd la interpretarea datelor gravimetrice prezentate sub formă de hărți, trebuie arătat de la bun început că din cauza rețelei rare de stații de pendul nu se poate face o analiză detaliată a lor, din care cauză considerațiile noastre se vor rezuma numai la unele linii principale, după cum urmează.

a) Deși este confirmată de puține stații, iese în evidență zona de maxime gravimetrice Arad—Sibiu — Făgăraș—Orașul Stalin—Tg.-Ocna—Huși situate pe o linie caracteristică, care împarte suprafața teritoriului țării într-o parte nordică și alta sudică.

Această zonă de maxime pare să se lege spre vest cu maximele gravimetrice din sudul Cîmpiei Panonice și nordul Sloveniei, iar spre est cu maximele gravimetrice din nordul Crimeei. De la Orașul Stalin spre est, zona de maxim suferă o inflexiune spre nord și o descreștere valorică destul de evidentă.

Zona de anomalii de maxim se situează în general pe versantul de nord al Carpaților meridionali. Deși ea trece peste zone înalte, valorile rămîn pozitive și în reducerea Bouguer. Rezultă că această zonă este cauzată de un șir de excese de masă din scoarță, ridicate spre suprafață.

b) La sud, zona de maxim gravimetric este flancată de o zonă de minime foarte pronunțate, situată între T.-Severin și Focșani.

Valorile minime persistă foarte evident și în reducerea în aer liber, astfel că trebuie să i se admită o cauză reprezentată prin îngroșarea scoarței terestre și umplerea unei fose mari cu sedimente puțin dense.

c) Față de alura generală, destul de regulată a izoliniilor între Dunăre și Carpații meridionali, la nord de zona de maxime cu greu se pot trasa unele linii mai generale.

Astfel în zona Carpaților orientali se remarcă o zonă de minime gravimetrice pe linia Cîmpulung—Fălticeni — Tg.-Ocna, flancată spre vest de o zonă de maxime gravimetrice situată pe linia Vatra Dornei—Toplița—Bucin—Gheorghieni – Miercurea-Ciuc. Anomaliile gravimetrice de pe aceste zone persistă în toate reducerile, iar cauza se datorește unui deficit de mase spre est și unui exces de mase la vest.

d) În Transilvania, ca linie caracteristică mai poate fi trasată zona de minime Dej — Turda — Aiud.

În general, în partea de nord, se constată o oarecare flancare a zonei de maxim vest-est de către o întreagă serie de minime în formare, ca de exemplu zona Ineu—Sebeș—Gurahonț—Baia de Criș, Gura-Barza—Alba-Iulia — Mediaș — Sighișoara—Odorhei, în Transilvania, și Roman—Iași în Moldova.

2. Față de aspectul cîmpului gravitațional, descris mai sus, așa după cum reiese și din cele trei hărți, se pot schița numai cîteva trăsături generale ale structurii scoarței în R.P.R.

Deformațiile principale ale scoarței coincid cu zonele de anomalii gravimetrice și sînt dirijate pe linii generale vest-est.

După toate probabilitățile, scoarța terestră de pe cuprinsul teritoriului R.P.R. a suferit în ultimul timp un stress important pe direcția nord-sud care, ridicînd scoarța în dreptul lanțului Carpaților meridionali, a produs o avantfosă principală la sud și o cutare generală, largă, la nord. Această cutare s-a suprapus și a amplificat în același timp o cutare anterioară din Carpații meridionali, formînd o curbă largă.

Tabloul nr. 2

Staţiile de pendul noi, executate de M. S o c o l e s c u în anii 1941 şi 1947–1948

Staţia	Data măsurării	Alt. m	λ	φ	g_m gali	g_0' gali	γ_0 gali	$\Delta\sigma'$ mgali	$\Delta\sigma''$ mgali	Δg_i (mgali)			
										$T = 30$ km	$T = 40$ km	$T = 60$ km	$T = 113{,}7$ km
	31.X. 1941 1.XI.1941 13.XI.1941 14.XI.1941												
Bucureşti (Roşu)	25.XI.1941 26.XI.1941 17.XI.1947 18.XI.1947	91	26°00′93	44°26′35	980.550_8	980.578_9	980.578_8	$+0_1$	-8_3	$+7_7$	$+10_3$	$+12_5$	$+10_0$
Ploieşti	11.XI.1941	153	26°01′92	44°55′97	514_0	561_2	623_3	-62_1	-76_8	-46_8	-44_1	-45_5	-47_8
Sinaia	13.XI.1941	820	25°32′82	44°20′63	425_6	678_6	660_4	$+18_2$	-57_5	$+6_5$	$+1_7$	-3_3	$+0_2$
Braşov	17.XI.1941	585	25°35′43	45°38′50	538_1	718_6	687_3	$+31_3$	-22_6	$+51_2$	$+49_4$	$+36_9$	$+43_4$
Cîmpulung	19.XI.1941	590	25°02′03	45°15′98	463_0	645_0	653_4	-8_4	-62_9	$+6_8$	$+1_1$	-5_6	-2_7
Piteşti	21.XI.1941	280	24°51′46	44°51′58	495_1	581_5	616_7	-35_2	-60_9	-20_0	-20_0	-21_8	-22_7
Tîrgovişte	28.XI.1941	278	25°27′80	44°55′89	492_3	578_1	623_2	-45_1	-70_7	-30_0	-30_7	-33_7	-36_3
T.-Măgurele	2.XII.1941	25	24°51′79	43°44′97	525_4	533_1	516_6	$+17_5$	$+15_2$	$+37_6$	$+40_8$	$+45_5$	$+40_2$
Craiova	5.XII.1941	90	23°47′52	44°18′90	565_6	593_4	567_6	$+25_8$	$+17_6$	$+45_0$	$+47_1$	$+50_7$	$+47_8$
Caracal	9.XII.1941	96	24°21′67	44°07′09	546_1	575_7	549_8	$+25_9$	$+17_1$	$+39_1$	$+42_1$	$+46_3$	$+42_6$
Slatina	11.XII.1941	165	24°22′21	44°25′57	549_4	600_3	577_6	$+22_7$	$+7_5$	$+34_6$	$+37_1$	$+39_3$	$+35_8$
Giurgiu	15.XII.1941	20	25°57′55	43°53′53	551_6	557_8	529_4	$+28_4$	$+26_6$	$+45_9$	$+48_0$	$+48_5$	$+48_1$
Căldăraşani	13.XI.1947 14.XI.1947 15.II.1948 16.II.1948 24.IV.1948 25.IV.1948	87	26°15′78	44°40′84	542_9	569_7	601_9	-32_2	-40_2	-21_2	-19_4	-19_0	-21_0
Mediaş	28.XI.1947	301	24°21′48	46°09′73	646_3	739_2	734_3	$+4_9$	-22_8	$+34_0$	$+34_0$	$+32_4$	$+32_1$
Tg.-Mureş	30.XI.1947 23.III.1948	312	24°34′51	46°33′34	682_7	779_0	763_8	$+9_2$	-19_0	$+39_5$	$+38_0$	$+37_0$	$+35_0$
Turda	2.XII.1947	325	23°46′30	46°34′46	661_1	761_4	771_5	-10_1	-40_0	$+16_7$	$+16_0$	$+14_6$	$+13_3$
Cluj	4.XII.1947	335	23°36′60	46°46′65	703_8	807_2	789_8	$+17_4$	-13_4	$+44_4$	$+42_6$	$+41_6$	$+40_4$

Tabloul nr. 2 *(continuare)*

Stația	Data măsurării	Alt. m	λ	φ	g_m gali	g'_0 gali	γ_0 gali	$\Delta g'$ mgali	$\Delta g''$ mgali	Δg_i (mgali) $T=30$ km	$T=40$ km	$T=60$ km	$T=113{,}7$ km
Alba-Iulia	6.XII.1947	228	23°35′35	46°04′25	664_3	734_7	726_1	$+8_6$	-12_4	$+47_6$	$+47_2$	$+43_4$	$+42_4$
Sibiu	8.XII.1947	434	24°09′75	45°47′31	611_6	745_5	700_6	$+44_9$	$+5_0$	$+73_0$	$+70_3$	$+64_7$	$+66_0$
Sighișoara	10.XII.1947	347	24°48′01	46°13′10	636_7	743_8	739_3	$+4_5$	-27_4	$+33_4$	$+32_6$	$+30_1$	$+30_0$
Făgăraș	22.IV.1948 13.XII.1947	433	24°58′52	45°50′67	607_9	741_5	705_6	$+35_9$	-3_9	$+66_3$	$+64_1$	$+56_9$	$+59_4$
Buzău	16.II.1948	101	26°50′23	45°09′24	544_7	575_9	643_3	-67_4	-76_7	-56_2	-51_5	-50_4	-54_7
Focșani	18.II.1948	62	27°11′83	45°41′64	607_6	616_7	692_0	-75_3	-81_0	-55_7	-54_6	-53_3	-56_7
Sascut	20.II.1948 15.III.1948	141	27°06′56	46°12′40	670_2	713_7	736_6	-22_9	-35_9	-1_1	-0_2	-1_1	-4_2
Bacău	22.II.1948	165	26°54′83	46°33′93	718_0	768_9	770_7	-1_8	-17_0	$+22_3$	$+22_2$	$+20_9$	$+16_5$
Roman	26.II.1948	198	26°55′54	46°55′61	750_0	811_1	803_2	$+7_9$	-10_3	$+24_7$	$+24_9$	$+25_5$	$+21_5$
Fălticeni	28.II.1948	332	26°19′12	47°27′41	742_9	845_3	850_9	-5_6	-36_1	$+10_0$	$+8_9$	$+6_9$	$+5_9$
Rădăuți	29.II.1948	372	25°55′00	47°50′68	762_7	877_5	885_8	-8_3	-42_5	$+4_8$	$+3_8$	$+2_1$	$+0_9$
Dorohoi	2.III.1948	182	26°23′91	47°57′34	852_9	909_1	895_8	$+13_3$	-3_4	$+31_3$	$+31_7$	$+32_8$	$+30_4$
Hîrlău	3.III.1948	152	26°53′86	47°26′15	813_5	860_4	849_0	$+11_4$	-2_6	$+27_8$	$+29_2$	$+29_4$	$+27_0$
Iași	5.III.1948	105	27°33′87	47°10′95	798_0	830_4	826_3	$+4_1$	-5_6	$+18_4$	$+19_5$	$+20_0$	$+19_6$
Huși	9.III.1948	123	28°03′66	46°40′52	767_3	805_3	780_6	$+24_7$	$+13_1$	$+33_6$	$+34_1$	$+34_4$	$+33_9$
Bîrlad	10.III.1948	67	27°40′41	46°13′64	697_7	718_4	740_2	-31_8	-38_0	-14_5	-14_1	-14_0	-16_0
Tecuci	12.III.1948	62	27°25′61	45°50′51	654_9	674_0	705_4	-31_4	-37_1	-15_1	-14_1	-12_1	-16_8
Galați	15.III.1948	45	28°02′42	45°27′13	673_0	686_9	670_2	$+16_7$	$+12_6$	$+1_2$	$+0_3$	-0_6	-1_0
Tg.-Ocna	17.III.1948	290	26°35′37	46°17′32	639_1	728_6	745_7	-17_1	-43_7	$+10_7$	$+7_8$	$+3_3$	$+2_6$
Miercurea-Ciuc	19.III.1948	665	25°48′43	46°21′72	581_5	786_7	752_3	$+34_4$	-26_7	$+48_1$	$+42_7$	$+33_8$	$+40_8$
Odorhei	21.III.1948	480	25°18′23	46°18′42	626_7	774_8	747_3	$+27_5$	-16_6	$+54_9$	$+50_5$	$+44_0$	$+46_5$
Toplița	25.III.1948	675	25°28′08	46°55′97	643_3	851_6	803_8	$+47_8$	-14_4	$+59_6$	$+63_7$	$+54_1$	$+61_7$
Cîmpulung	4.IV.1948	635	25°33′81	47°31′81	641_4	837_3	857_6	-20_3	-78_8	-2_7	-8_7	-18_8	-10_8
V. Dornei	5.IV.1948	811	25°21′66	47°20′75	629_0	879_2	841_0	$+38_2$	-36_6	$+47_3$	$+39_5$	$+27_1$	$+38_4$
Bistrița	7.IV.1948	359	24°29′89	47°08′15	721_7	832_5	822_0	$+10_5$	-22_5	$+41_1$	$+39_6$	$+35_7$	$+33_3$
Dej	9.IV.1948	238	23°53′30	47°08′54	744_4	817_8	822_6	-4_8	-26_7	$+21_1$	$+24_9$	$+24_5$	$+28_0$
Baia Mare	10.IV.1948	219	23°34′72	47°39′44	813_2	880_8	869_0	$+11_8$	-8_3	$+41_6$	$+42_5$	$+39_7$	$+41_8$
Satu Mare	13.IV.1948	125	22°53′16	47°47′66	851_0	889_6	881_3	$+8_3$	-3_2	$+29_0$	$+31_8$	$+34_3$	$+30_8$
Zalău	14.IV.1948	262	23°03′59	47°10′93	758_6	839_4	826_2	$+13_2$	-10_9	$+33_3$	$+31_0$	$+29_6$	$+31_4$
Oradea	16.IV.1948	123	21°55′97	47°03′38	805_8	843_8	814_9	$+28_9$	$+17_6$	$+43_6$	$+49_6$	$+49_2$	$+48_8$
Beiuș	17.IV.1948	183	22°28′57	46°40′08	710_5	767_0	781_0	$+14_0$	-2_8	$+45_2$	$+44_2$	$+40_0$	$+41_4$
Brad	19.IV.1948	280	22°51′52	46°07′37	650_7	737_1	730_7	$+6_4$	-19_3	$+39_8$	$+39_2$	$+34_7$	$+33_7$
Deva	20.IV.1948	190	22°54′47	45°53′28	651_8	710_4	709_5	$+0_9$	-16_6	$+42_5$	$+41_9$	$+37_4$	$+36_4$

Tabloul nr. 3

[Staţiile de pendul vechi, executate de observatori străini între 1896 – 1913]

Staţia	Data	Alt. m	λ	φ	g_0 gali	γ_0 gali	$\Delta g'$ mgali	$\Delta g''$ mgali	Δg_i (mgali) $T = 30$ km	$T = 40$ km	$T = 60$ km	$T = 113{,}7$ km
Bucureşti (Observ. astr. militar)	1909	83	26°06′8	44°24′6	980.580	980.576	+4	−3,6	$+12_1$	$+13_9$	$+16_9$	$+14_7$
Tiglina (Galaţi)	1900	46	28°02′0	45°25′5	678	668	+10	+5,8	$+17_3$	$+18_3$	$+19_1$	$+17_8$
Oradea Mare	1896	142	21°56′	47°04′4	847	815	+31	+18,0	$+44_0$	$+49_5$	$+49_0$	$+48_5$
Tileagd	,,	187	22°13′	47°03′3	822	815	+7	−10,2	$+24_8$	$+26_8$	$+26_0$	$+25_2$
Alejd	,,	225	22°22′	47°02′5	863	814	+49	+28,3	$+67_3$	$+69_0$	$+66_8$	$+66_6$
Rev	,,	273	22°30′	46°59′7	816	809	+7	$+18_1$	$+25_9$	$+24_9$	$+22_9$	$+23_9$
Bratca	,,	330	22°36′	46°55′8	832	803	+29	−14	$+48_6$	$+45_6$	$+41_6$	$+45_6$
Bucea	,,	379	22°42′	46°56′9	828	805	+23	-11_8	$+44_2$	$+36_2$	$+34_7$	$+39_2$
Ciucea	,,	442	22°49′	46°57′3	857	806	+51	$+10_3$	$+65_3$	$+58_3$	$+56_8$	$+40_2$
Sebeş	,,	486	22°52′	46°55′0	828	802	+26	-18_7	$+37_3$	$+31_3$	$+30_3$	$+32_3$
Huedin	,,	543	23°02′	46°52′1	795	798	−3	-53_0	$+7_0$	$+2_0$	-1_0	+15
Aghireş	,,	442	23°17′	46°52′0	820	798	+22	-18_6	$+41_4$	$+38_4$	$+34_9$	$+35_4$
Nadas	,,	381	23°27′	46°48′4	824	792	+32	−30	$+58_0$	$+55_0$	$+51_5$	$+52_0$
Cluj	,,	338	23°36′	46°47′2	828	791	+37	$+5_9$	$+63_4$	$+62_4$	$+59_7$	$+59_9$
Ineu	1913	114	21°50′37″	46°25′35″	759	758	+1	-9_5	$+21_5$	$+23_8$	$+24_5$	$+21_8$
Sebeş	,,	143	22°03′12″	46°22′25″	743	753	−10	-3_1	$+36_4$	$+35_9$	$+34_9$	$+34_1$
Gura-Honţ	,,	184	22°20′40″	46°16′14″	737	744	−7	-9_9	$+40_1$	$+37_6$	$+34_1$	$+35_6$
Baia de Criş	,,	259	22°42′49″	46°10′34″	729	735	−6	-17_8	$+40_5$	$+37_5$	$+32_2$	$+33_5$
Abrud	,,	599	23°04′29″	46°16′25″	783	744	+39	-28_7	$+39_3$	$+33_8$	$+25_3$	$+32_4$
Baia de Arieş	,,	481	23°17′09″	46°22′58″	783	754	+29	-25_4	$+41_3$	$+37_1$	$+30_9$	$+38_9$
Aiud	1911	256	23°43′41″	46°18′31″	734	747	−13	-36_6	$+20_4$	$+20_4$	$+17_7$	$+17_1$
Luduş	,,	263	24°06′04″	46°29′12″	772	763	+9	-15_2	$+35_8$	$+38_3$	$+38_1$	$+35_8$
Şeica Mare	1913	331	24°09′34″	46°01′40″	733	722	+11	-19_4	$+39_6$	$+35_6$	$+37_2$	$+35_0$
Sibiu	,,	424	24°09′48″	45°47′54″	737	701	+36	−30	$+65_0$	$+63_0$	$+57_0$	$+57_3$
Sarmaş	,,	337	24°10′19″	46°45′05″	799	787	+12	-19_0	$+34_0$	$+35_0$	$+34_8$	$+32_5$
Tîrnăveni	,,	287	24°17′22″	46°19′52″	746	750	−4	-30_4	$+24_6$	$+24_6$	$+24_1$	$+22_0$
Tg.-Mureş	1911	327	24°34′08″	46°32′45″	771	769	+2	-28_1	$+29_9$	$+27_9$	$+27_3$	$+25_1$
Reghin	,,	388	24°42′35″	46°46′43″	806	790	−16	-19_7	$+45_3$	$+44_7$	$+38_3$	$+37_6$
Bucin	,,	1019	25°16′44″	46°38′38″	858	778	+80	-14_0	$+66_0$	$+61_1$	$+52_0$	$+57_4$
Gheorghieni	,,	754	25°30′44″	46°42′06″	835	783	+52	-33_2	$+69_6$	$+63_6$	$+52_4$	$+57_0$
Arad	1908	109	21°19′25″	46°10′17″	758	735	+23	$+13_0$	$+36_5$	$+39_0$	$+41_0$	$+38_8$

Noua cutare a suferit o inflexiune în zona de despărțire a Carpaților orientali, care au rămas astfel în fața ei sub forma unui contrafort.

Din cauza stressului de direcție nord-sud partea din scoarță situată la nordul Carpaților meridionali a cedat parțial, formînd unele cute care au prins între ele relictele vechei cutări, adesea sub forma de contraforturi, dirijate aproape perpendicular, adică nord-sud.

Tabloul nr. 4

Compararea valorilor anomaliilor în aer liber pentru stațiile de pendul vechi și noi, executate în aceeași localitate

Stația	Δg' vechi mgali	Δg' nou mgali	Δg' vechi − Δg' nou mgali
București — Obs. astr. militar — Roșu	$+4_0$	$+0_1$	$+3_9$
Galați Tiglina (Galați)	$+10_0$	$+16_7$	-6_7
Oradea Mare	$+31_0$	$+28_9$	$+2_1$
Sibiu	$+36_0$	$+44_9$	-8_9
Tg.-Mureș	$+2_0$	$+9_2$	-7_2

Deformația scoarței, în special în legătură cu fosa majoră de la sudul Carpaților meridionali, are caracterul de geosinclinal în evoluție, care angajează într-o mai mică măsură și zonele vecine, în special cele de la nord. Acest fenomen pune problema urmăririi mișcării scoarței prin executarea periodică a unor măsurători de nivelment de înaltă precizie pe profile situate pe direcții perpendiculare pe cutări și prin urmărirea contracției scoarței pe direcția nord-sud.

Este foarte probabil că avantfosa Carpaților prezenta în zona de curbură o încovoiere continuă, sub formă incipientă, care racorda ramura Carpaților meridionali cu ramura Carpaților orientali și corespundea unei îngroșări maxime a scoarței. Însă supracutarea fosei majore de la sudul Carpaților meridionali s-a extins în etapa a doua în prelungire către est și în același timp și zona de maxime gravimetrice de la nordul fosei Carpaților meridionali s-a extins către est, tăind legătura acestei fose cu fosa Carpaților orientali. Zona de maxime gravimetrice corespunde unei subțieri a scoarței datorită ridicării maselor subcrustale, care pe prelungirea către est taie îngroșarea anterioară a zonei avantfosei Carpaților orientali tocmai în regiunea munților Vrancea. Este interesant de menționat că acest dublu nod de întretăiere a îngroșărilor scoarței și a ridicărilor maselor subcrustate coincide cu zona seismică din Vrancea.

În concluzie, trebuie arătat că rețeaua stațiilor de pendul recalculată și cuprinsă în tabelele și planșele anexate oferă baza preliminară

pentru studiul formei geoidului şi permite, în acelaşi timp, legarea reţelelor de gravimetru între ele.

De asemenea, datele acestei reţele vor putea servi în cele din urmă şi la proiectarea reţelei de măsurători gravimetrice cu avionul.

РАСЧЕТ СЕТИ МАЯТНИКОВЫХ СТАНЦИЙ В РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В первой части работы дается краткая историческая справка о гравиметрических измерениях, сделанных в РНР при помощи маятника, а затем описывается примененный маятник Штернека, принятый метод наблюдений и его эталонирование на потсдамских основах. Далее показывается составление сети маятниковых станций, основанных в 1941 и в 1947—1948 годах, метод регистрации наблюдений и расчет этой сети.

Все данные для пятидесяти новых маятниковых станций и 32 прежних, для которых авторами были пересмотрены и пересчитаны все величины, представлены в форме таблицы с сравнением результатов прежних и новых измерений.

Для использования этих результатов при изучении формы геоида авторы составили на основе пересчитанных и согласованных величин три карты в масштабе 1 : 1 500 000: для аномалии в свободном воздухе, Буге и изостатическую (Эри с T = 30 км), причем для южной части страны были включены и обобщенные карты, опубликованные ранее.

На основе представленных карт авторы выявляют и описывают главные гравиметрические линии, характерные для гравитационного поля РНР. Так например, различаются следующие наиболее значительные зоны:

а) Зона максимальных величин, расположенная по линии Арад-Сибиу-Фагараш-город Сталин-Тыргу Окна-Хуш с продолжением на запад и на восток и с ответвлением на север, начиная с востока от города Сталин.

б) Зона минимальных величин, расположенная по линии Турну Северин-Фокшани, непосредственно к югу от зоны максимальных величин.

в) Зона минимальных величин по линии Кымпулунг Молдовеняск-Фэльтичени Тыргу-Окна, сопряженная с зоной максимальных величин, расположенной непосредственно к западу по линии Ватра Дорней-Топлица-Бучин-Георгиени-Меркуря Чук.

г) Зона минимальных величин, расположенная по линии Деж-Турда-Аюд, сопряженная с начальной зоной максимальных величин, расположенной в Трансильванских Западных горах.

Гравиметрические аномалии, выявленные в трех представленных картах, отнесены на счет основных деформаций земной коры, имеющих общее направление с запада на восток. В настоящее время, для объяснения направления аномалий и их амплитуды приводятся тектонические явления стресса, складкообразования и повторного образования складок, которые оказали влияние на земную кору в пределах РНР и особенно в зоне карпатской излучины. В отношении сейсмической зоны в Вранче указывается, что она совпадает с двойным узлом пересечения утолщений земной коры и подъема масс, расположенных под нею.

Что касается зоны фронтальной депрессии южных Карпат, имеющей развивающийся геосинклинальный характер, рекомендуется следить за движениями земной коры при помощи точной нивелировки.

В заключение указывается, что данные сети маятниковых станций, представленные в работе, дают предварительную основу для изучения формы геоида в РНР.

CALCUL DU RÉSEAU DES STATIONS DE PENDULE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

(RÉSUMÉ)

La première partie du travail contient un bref historique des mesures gravimétriques exécutées au pendule en Roumanie. Cet historique est suivi de la description du pendule Sterneck utilisé, de la méthode d'observation adoptée et de son étalonnage sur la base de Potsdam. On expose ensuite la manière dont est constitué le réseau des stations de pendule installées durant les années 1941 et 1947—1948, le calcul de ce réseau, ainsi que le mode d'enregistrement des observations.

Toutes les données, fournies par 50 nouvelles stations et par 32 anciennes stations de pendules, dont les valeurs ont été revisées et recalculées par les auteurs, sont présentées sous la forme de tableaux, qui permettent de comparer les résultats des anciennes mesures avec les nouvelles.

En vue d'utiliser ces résultats dans l'étude de la forme du géoïde, les auteurs ont dressé, en vertu des valeurs recalculées et corroborées, trois cartes à l'échelle de 1 : 1 500 000 pour l'anomalie à l'air libre, Bouguer et isostatique (Airy avec T = 30 km) qui, pour le sud du pays, comprennent également les cartes d'ensemble, publiées antérieurement.

Se fondant sur les cartes présentées, les auteurs font ressortir et décrivent les principales lignes gravimétriques, caractérisant le champ gravitationnel de la Roumanie. De cette manière on distingue, en premier lieu, les zones suivantes :

a) Une zone de valeurs maxima, située sur la ligne Arad — Sibiu — Făgăraș — Orașul Stalin — Tg.-Ocna — Huși, qui se prolonge à l'Ouest et à l'Est et possède une ramification vers le Nord, en partant à l'Est de Orașul Stalin ;

b) Une zone de valeurs minima, située sur la ligne T. Severin — Focșani et se trouvant immédiatement au Sud de la zone des valeurs maxima ;

c) Une zone de valeurs minima, située sur la ligne Cîmpulung Moldovenesc — Fălticeni — Tg.-Ocna, conjuguée avec la zone de valeurs maxima située immédiatement à l'Ouest, sur la ligne Vatra Dornei — Toplița — Bucin — Gheorghieni — Miercurea-Ciuc ;

d) Une zone de valeurs minima située sur la ligne Dej — Turda — Aiud, conjuguée avec une zone de valeurs maxima en formation, située dans les monts Apuseni.

Les anomalies gravimétriques, mises en relief par les trois cartes présentées, trouvent leur explication dans les principales déformations de l'écorce dans la direction générale Ouest-Est ; l'explication de la direction actuelle des anomalies ainsi que de leur amplitude doit être cherchée dans les phénomènes tectoniques de stress, plissement et surplissement, qui ont affecté l'écorce terrestre dans toute l'étendue de la Roumanie, mais surtout dans la zone de courbure des Carpates. En ce qui concerne la zone séismique de Vrancea, on remarque qu'elle coïncide avec un double nœud de croisement des épaississements de l'écorce et des soulèvements des masses sub-croûtales.

Pour la zone d'avant-fosse des Carpates Méridionales, qui présente le caractère de géosynclinal en évolution, on recommande de surveiller de près les mouvements de l'écorce par des travaux de nivellement de haute précision.

Pour conclure, les auteurs remarquent que les données fournies par le réseau des stations de pendule, et publiées dans le présent travail, offrent une base préliminaire pour l'étude de la forme du géoïde en Roumanie.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Borrass, *Bericht über die relativen Messungen der Schwerekraft mit Pendelapparaten in der Zeit von 1908 bis 1909 und über ihre Darstellung in Potsdamer Schweresystem.* Verhandlungen der 16. Algem. Konfer. d. Intern. Erdmessung, partea a III-a, Berlin, 1911.
2. K. Oltay, *Report of the Geodetic Institute of Hungary to the General Assembly of the Intern. Geod. and Geophys. Union.* Stockholm, 1930.
3. L. Tanni, *On the Isostatic Structure of the Earth's Crust in the Carpathian Countries and the Related Phenomena.* Publ. of the Isostatic Institute of the International Association of Geodesy, Helsinki, 1942, nr. 11.
4. M. Socolescu, *Mesures gravimétriques au pendule. Etudes de Géophysique pure et appliquée.* Studii tehnice şi economice, Comitetul geologic de cercetare şi explorare a bogăţiilor subsolului, seria D, 1950, nr. 2.
5. M. Socolescu, D. Bişir, D. Popovici şi M. Visarion, *Corecţii izostatice în R.P.R.* Studii şi cercetări de fizică, t. V, nr. 1—2, 1954.
6. I. Vencov, Sc. Stoenescu şi Al. Esca, *Cercetări gravimetrice în Oltenia şi Muntenia.* Bul. ştiinţ. Acad. R.P.R., Secţia de ştiinţe biologice, agronomice, geologice şi geografice, t. VII, nr. 1, ianuarie-februarie-martie 1955.
7. M. Socolescu şi D. Bişir, *Harta anomaliilor izostatice şi în aer liber pentru Oltenia şi Muntenia.* Studii şi cercetări de fizică, nr. 2, 1956, p. 277.

ANOMALIA REGIONALĂ BOUGUER

- Stații de pendul măsurate de ing. N. Socolescu
- Stații de pendul măsurate de ast. Eftimiu L.

Harta gravimetrică Bouguer pentru Oltenia și Muntenia după I. Vencov, Sc. Stoenescu și Al. Esca.

21° Est Greenwich 22° 23° 24° 25° 26° 27° 28° 29° 30°

48° 47° 46° 45° 44°

Fig. 1

ANOMALIA REGIONALA
IN AER LIBER

○ Statii de pendul măsurate de Ing. M. Socolescu
● Stații de pendul măsurate de Inst. Eötvös L.

21° Est Greenwich
22°
23°
24°
25°
26°
27°
28°
29°
30°
49°
48°
47°
46°
45°
44°

Fig. 2

ANOMALIA REGIONALĂ
IZOSTATICĂ

10 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 Km.

○ Stații de pendul măsurate de Ing. N. Socolescu
⊗ Stații de pendul măsurate de Inst. Eötvös L

48°
47°
46°
45°
44°
21°
22°
23°
24°
25°
26°
27°
28°
29°
30°

Fig. 3

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 4, 1956

ASUPRA UNOR LINII DE CÎMP MAGNETIC DEFINITE PRIN TRANSCENDENTE ELEMENTARE *)

DE

SABBA S. ŞTEFĂNESCU
MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.P.R.

1. În teoria prospecțiunii electrice prin metode cu curent alternativ (Turam etc.) se poate arăta că, în cazul existenței în interiorul solului — presupus izolant — al unui conductor plan, paralel cu emițătorul rectiliniu AB, cîmpul electromagnetic total în aer este identic cu cel care ar fi produs, dacă curentul care circulă în AB s-ar închide în sol prin curenți orizontali cuprinși între verticalele electrozilor A și B [1].

Deoarece această propoziție este susceptibilă de generalizări (de ex. la un număr de planuri conductoare paralele și — posibil — la o stratificație orizontală arbitrară), problema distribuției cîmpului electromagnetic produs de conexiuni transversale între cele două fire ale unei linii electrice duble apare de un interes deosebit pentru metodele cu curent alternativ aplicate terenurilor cu stratificație paralelă.

În legătură cu acele metode care înregistrează numai direcția cîmpului magnetic este interesantă de cunoscut și distribuția liniilor de forță magnetică în jurul unei asemenea repartiții de curent. În cadrul acestei ultime probleme și limitîndu-ne la cazul unei singure conexiuni transversale, vom arăta că ecuațiile diferențiale ale liniilor de cîmp magnetic sînt integrabile cu ajutorul transcendentelor elementare în următoarele două situații particulare:

a) Distribuția curenților este simetrică în raport cu linia de conexiune.

b) Distribuția curenților nu este simetrică față de linia de conexiune, însă distanța între cele două fire ale liniei electrice duble este neglijabilă.

2. Să stabilim ecuațiile diferențiale ale problemei pentru o conexiune transversală unică (fig. 1).

Presupunem cele două fire ale liniei duble electrice paralele și simetrice în raport cu axul $-z\ o\ z$. Conexiunea ocupă segmentul 1,2 al axului $-x\ o\ x$, originea coordonatelor carteziene fiind echidistantă de punctele de joncțiune 1 și 2; punem $\overline{10} = \overline{02} = a$.

Vom admite că linia dublă electrică se închide la infinit atît în direcția $-z$, cît și în direcția $+z$. Dacă notăm cu I_1 intensitatea curen-

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 5 mai 1956.

tului care sosește în punctul 2 paralel cu axul $-z$ o, trebuie, în consecință, să admitem existența unui curent egal și de sens contrar în ramura 1, $-z$. În mod analog, dacă notăm cu I_2 intensitatea curentului care pleacă din punctul 2 paralel cu axul oz, vom avea în firul 1,z un curent egal și de sens contrar, $-I_2$. În sfîrșit, notînd cu I_c intensitatea curentului care circulă în firul de joncțiune — cu sensul pozitiv de la 2 spre 1 — prima lege a lui Kirchhoff impune condiția $I_c = I_1 - I_2$.

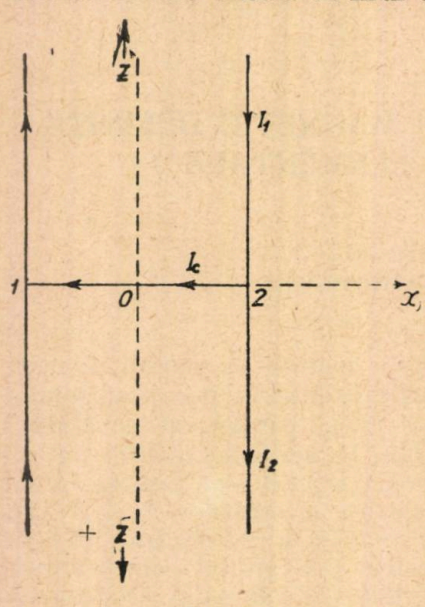


Fig. 1

Această condiție este identic satisfăcută, dacă punem

$$I_1 = \frac{n}{2} I_c, \qquad I_2 = \left(\frac{n}{2} - 1\right) I_c,$$

n fiind un parametru numeric care caracterizează distribuția dată de curenți.

Cu notațiile de mai sus, aplicînd legea lui Biot-Savart fiecărei ramuri de curent din rețeaua considerată și sumînd rezultatele parțiale dobîndite, vom obține expresiile componentelor cîmpului magnetic total în punctul $M(x, y, z)$.

Astfel, presupunînd curentul I_c din segmentul 2, 1 egal cu unitatea e.m., componentele cîmpului magnetic produs de acest curent sînt

$$H_x = 0, \; H_y = \frac{z}{r_1(r_1 - x - a)} - \frac{z}{r_2(r_2 - x + a)}, \; H_z = \frac{-y}{r_1(r_1 - x - a)} + \frac{y}{r_2(r_2 - x + a)},$$

unde s-a notat cu r_1 și r_2 distanțele punctului de măsură M la punctele de joncțiune 1 și 2.

Componentele magnetice datorite ramurilor $-z$, 1 și $-z$, 2 vor fi

$$H_x = \frac{n}{2} \frac{y}{r_1(r_1 + z)}, \; H_y = -\frac{n}{2} \frac{x + a}{r_1(r_1 + z)}, \; H_z = 0,$$

respectiv

$$H_x = -\frac{n}{2} \frac{y}{r_2(r_2 + z)}, \; H_y = \frac{n}{2} \frac{x - a}{r_2(r_2 + z)}, \; H_z = 0.$$

În sfîrșit, componentele magnetice determinate de ramurile 1, z și 2, z vor fi

$$H_x = \left(\frac{n}{2} - 1\right) \frac{y}{r_1(r_1 - z)}, \; H_y = -\left(\frac{n}{2} - 1\right) \frac{x + a}{r_1(r_1 - z)}, \; H_z = 0,$$

respectiv

$$H_x = -\left(\frac{n}{2} - 1\right)\frac{y}{r_2(r_2 - z)}, \quad H_y = \left(\frac{n}{2} - 1\right)\frac{x - a}{r_2(r_2 - z)}, \quad H_z = 0.$$

Componentele magnetice ale cîmpului total în $M(x, y, z)$ sînt deci

$$H_x = -\frac{y}{r_1(r_1 - z)} + \frac{y}{r_2(r_2 - z)} - \frac{ny}{r_2^2 - z^2} + \frac{ny}{r_1^2 - z^2},$$

$$H_y = \frac{1}{r_1}\left\{\frac{x + a}{r_1 - z} + \frac{z}{r_1 - x - a}\right\} - \frac{1}{r_2}\left\{\frac{x - a}{r_2 - z} + \frac{z}{r_2 - x + a}\right\} + \frac{n(x - a)}{r_2^2 - z^2} - \frac{n(x + a)}{r_1^2 - z^2},$$

$$H_z = -\frac{y}{r_1(r_1 - x - a)} + \frac{y}{r_2(r_2 - x + a)}. \tag{1}$$

Ecuațiile diferențiale ale liniilor de cîmp magnetic vor fi

$$\frac{dx}{H_x} = \frac{dy}{H_y} = \frac{dz}{H_z}, \tag{2}$$

unde H_x, H_y, H_z au expresiile (1).

3. Pentru simplificarea sistemului (2) vom introduce, ca noi variabile, distanțele r_1 și r_2 definite prin

$$r_1^2 = (x + a)^2 + y^2 + z^2, \quad r_2^2 = (x - a)^2 + y^2 + z^2. \tag{3}$$

În continuarea sistemului (2) și avînd în vedere egalitățile (3) putem scrie

$$\frac{dx}{H_x} = \frac{dy}{H_y} = \frac{dz}{H_z} = \frac{(x + a)\,dx + y\,dy + z\,dz}{\dfrac{2\,ay}{r_2(r_2 - z)} - \dfrac{2\,any}{r_2^2 - z^2}} = \frac{(x - a)\,dx + y\,dy + z\,dz}{\dfrac{2\,ay}{r_1(r_1 - z)} - \dfrac{2\,any}{r_1^2 - z^2}} =$$

$$= \frac{dz}{\dfrac{-y}{r_1(r_1 - x - a)} + \dfrac{y}{r_2(r_2 - x + a)}},$$

sau

$$\frac{r_1\,dr_1}{\dfrac{2a}{r_2(r_2 - z)} - \dfrac{2\,an}{r_2^2 - z^2}} = \frac{r_2\,dr_2}{\dfrac{2a}{r_1(r_1 - z)} - \dfrac{2\,an}{r_1^2 - z^2}} = \frac{dz}{\dfrac{-1}{r_1(r_1 - x - a)} + \dfrac{1}{r_2(r_2 - x + a)}}.$$

Înmulțind numitorii cu $r_1 r_2$ și punînd $1 - n = q$, sistemul de ecuații devine

$$\frac{dr_1}{2a\,\dfrac{qr_2 + z}{r_2^2 - z^2}} = \frac{dr_2}{2a\,\dfrac{qr_1 + z}{r_1^2 - z^2}} = \frac{dz}{\dfrac{-r_2}{r_1 - x - a} + \dfrac{r_1}{r_2 - x + a}}. \tag{4}$$

Introducînd noile variabile s și t definite prin egalitățile

$$s = \frac{1}{2}(r_1 + r_2), \quad t = \frac{1}{2}(r_1 - r_2) \tag{5}$$

și avînd în vedere identitățile

$$x = \frac{r_1^2 - r_2^2}{4a} = \frac{st}{a}, \quad \frac{r_2}{r_1 - x - a} - \frac{r_1}{r_2 - x + a} = \frac{2as}{s^2 - a^2},$$

sistemul (4) devine

$$\frac{d(s+t)}{[q(s-t)+z][(s+t)^2 - z^2]} = \frac{d(s-t)}{[q(s+t)+z][(s-t)^2 - z^2]} = \frac{dz}{-\frac{s}{s^2-a^2}[(s+t)^2 - z^2][(s-t)^2 - z^2]}$$

sau

$$\frac{ds}{(s^2 - z^2)(z + qs) + t^2(z - qs)} = \frac{dt}{t\{q(s^2 + z^2 - t^2) + 2sz\}} =$$

$$= \frac{dz}{-\frac{s}{s^2 - a^2}[(s+t)^2 - z^2][(s-t)^2 - z^2]}. \tag{6}$$

4. Sistemul (6) poate fi integrat cu ușurință în următoarele cazuri particulare :

a) $q = \pm 1$. Avînd în vedere că $\frac{I_2}{I_1} = \frac{q+1}{q-1}$, această situație are loc cînd I_1 sau I_2 sînt nule ; rețeaua se reduce la un singur circuit în formă de U, adică la un caz particular al circuitului rectiliniu de două ori cotit, studiat în altă lucrare [2].

b) $q = 0$, $I_1 = -I_2 = \frac{I_c}{2}$. Distribuția curenților este simetrică în raport cu linia de conexiune 1,2.

c) q arbitrar, însă $a = 0$. Linia electrică dublă se reduce la ceea ce se poate numi un *dicurent* rectiliniu, compus din doi curenți de sens contrar, infinit apropiați și avînd o conexiune internă în punctul o.

Vom studia succesiv ultimele două cazuri.

5. În cazul simetric $q = 0$, ecuațiile (6) se simplifică devenind după împărțirea numitorilor cu z

$$\frac{ds}{s^2 - z^2 + t^2} = \frac{dt}{2st} = \frac{dz}{-\frac{s[(s+t)^2 - z^2][(s-t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}}. \tag{7}$$

Pentru a integra acest sistem, vom căuta să scoatem în evidență că segmentele de curenți 1,2 ; $1, \pm z$; $2, \pm z$, constituie integrale particulare, corespunzătoare unor linii H reduse la cercuri infinit mici. În continuarea sistemului de ecuații (7) vom scrie

$$= \frac{ds + dt - dz}{[(s+t)^2 - z^2]\left\{1 + \frac{s[(s-t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}\right\}} = \frac{d\ln(s + t - z)}{(s + t + z)\left\{1 + \frac{s[(s-t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}\right\}} =$$

$$= \frac{ds + dt + dz}{[(s+t)^2 - z^2]\left\{1 - \frac{s[(s-t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}\right\}} = \frac{d \ln (s + t + z)}{(s + t - z)\left\{1 - \frac{s[(s-t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}\right\}} =$$

$$= \frac{d \ln (s + t - z)(s + t + z)}{2(s+t) + \frac{2s[(s-t)^2 - z^2]}{s^2 - a^2}}. \tag{8}$$

În mod analog, avem în continuarea aceluiași sistem

$$= \frac{ds - dt - dz}{[(s-t)^2 - z^2]\left\{1 + \frac{s[(s+t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}\right\}} = \frac{d \ln (s - t - z)}{(s - t + z)\left\{1 + \frac{s[(s+t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}\right\}} =$$

$$= \frac{ds - dt + dz}{[(s-t)^2 - z^2]\left\{1 - \frac{s[(s+t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}\right\}} = \frac{d \ln (s - t + z)}{(s - t - z)\left\{1 - \frac{s[(s+t)^2 - z^2]}{z(s^2 - a^2)}\right\}} =$$

$$= \frac{d \ln (s - t - z)(s - t + z)}{2(s - t) + \frac{2s[(s+t)^2 - z^2]}{s^2 - a^2}}. \tag{9}$$

Avem, de asemenea, tot în continuarea sistemului (7)

$$= \frac{2\frac{dt}{t}}{4s} = \frac{2d(\ln t)}{4s} = \frac{\frac{4s\,ds}{s^2 - a^2}}{\frac{4s(s^2 + t^2 - z^2)}{s^2 - a^2}} = \frac{2d \ln (s^2 - a^2)}{\frac{4s(s^2 + t^2 - z^2)}{s^2 - a^2}}. \tag{10}$$

Seria de egalități (8), (9) și (10) prin combinații aditive ale numărătorilor, respectiv ale numitorilor, duce la relația

$$d \ln (s + t - z)(s + t + z)(s - t - z)(s - t + z) - 2d \ln t - 2d \ln (s^2 - a^2) = 0$$

sau integrînd

$$\ln [(s + t)^2 - z^2][(s - t)^2 - z^2] - \ln t^2 - \ln (s^2 - a^2)^2 = \text{const.} \tag{11}$$

Liniile de cîmp magnetic ale distribuției de curenți considerate sînt deci situate pe suprafețele algebrice

$$\boxed{\frac{(s^2 - a^2)^2 t^2}{[(s+t)^2 - z^2][(s-t)^2 - z^2]} = a^2 C^2}, \tag{12}$$

unde C este o constantă arbitrară.

Prin calcule elementare — în detaliul cărora nu putem intra — ecuația (12) se poate scrie sub forma carteziană

$$\{[(r_1^2 + r_2^2 - 4a^2)^2 + 4r_1^2 r_2^2]x^2 - (r_1^2 + r_2^2)4c^2(r_1^2 - z^2)(r_2^2 - z^2)\}^2 =$$
$$= 16 r_1^2 r_2^2 \{2C^2(r_1^2 - z^2)(r_2^2 - z^2) - x^2(r_1^2 + r_2^2 - 4a^2)\}^2. \tag{13}$$

Sub această formă se vede că suprafețele integrale algebrice (12) sînt de gradul 12.

6. Pentru a obține o a doua integrală primă a ecuațiilor (7) vom elimina variabila z în prima dintre aceste ecuații servindu-ne în acest scop de relația (12) care se poate scrie

$$(s^2 + t^2 - z^2)^2 - 4s^2 t^2 = (s^2 - a^2)^2 \frac{t^2}{a^2 C^2}$$

sau

$$s^2 + t^2 - z^2 = \pm t \sqrt{4 s^2 + \frac{(s^2 - a^2)^2}{a^2 C^2}}. \tag{14}$$

Pe baza acestei relații, prima ecuație (7) ia forma cu variabile separate

$$\frac{2s\, ds}{\pm \sqrt{4 s^2 + \frac{(s^2 - a^2)^2}{a^2 C^2}}} = dt.$$

Integrînd obținem

$$\boxed{t = \pm Ca \ln \left\{ (2C^2 - 1) a^2 + s^2 + \sqrt{s^4 + 2 (2C^2 - 1) a^2 s^2 + a^4} \right\} + aC'} \tag{15}$$

C' fiind o nouă constantă arbitrară. Deducem de asemenea

$$x = \frac{st}{a} = \pm Cs \ln \left\{ (2C^2 - 1) a^2 + s^2 + \sqrt{s^4 + 2 (2C^2 - 1) a^2 s^2 + a^4} + C^1 s \right\}. \tag{16}$$

Relațiile (12) și (15) rezolvă problema propusă. Liniile de cîmp magnetic sînt intersecțiile familiei de suprafețe algebrice (12) cu suprafețele transcendente — de revoluție împrejurul axului ox — definite de relația (15).

Eliminînd variabila t între ecuațiile (14) și (15), obținem pentru z o funcție în s, C, C' conținînd logaritmul ca unică transcendentă. Avem

$$z = \pm \sqrt{s^2 + t^2 \pm \frac{t}{aC} \sqrt{(s^2 - a^2)^2 + 4a^2 C^2 s^2}}, \tag{17}$$

unde t are expresia (15).

În rezumat, în cazul distribuției simetrice de curenți, coordonatele liniilor de cîmp magnetic se pot exprima sub formă parametrală cu ajutorul transcendentelor elementare.

7. Pentru planul median $x = 0$ al rețelei considerate, $C = 0$ și formulele de mai sus devin nedeterminate. Liniile de cîmp magnetic situate în acest plan se obțin direct din sistemul (7), în care punem $t = 0$. Introducînd în mod provizoriu noile variabile

$$Z = z^2, \quad S = s^2,$$

avem de rezolvat ecuația liniară de prim ordin

$$\frac{dZ}{dS}(S - a^2) - Z = -S,$$

a cărei integrală generală, obținută prin metode clasice, este

$$Z = -(S - a^2)\ln(S - a^2) + a^2 + C_1(S - a^2),$$

unde C_1 este o constantă arbitrară.

Revenind la variabilele s, z, integrala de mai sus devine

$$\frac{z^2 - a^2}{s^2 - a^2} + \ln(s^2 - a^2) = C_1. \tag{18}$$

Deoarece în planul median $s^2 = r_1^2 = r_2^2 = y^2 + z^2 + a^2$, ecuația de mai sus se poate scrie în coordonate carteziene

$$\frac{z^2 - a^2}{y^2 + z^2} + \ln(y^2 + z^2) = C_1. \tag{19}$$

Pentru construcția grafică a liniilor H, este preferabilă utilizarea de coordonate polare

$$\rho = \sqrt{y^2 + z^2},\quad \theta = \arccos\frac{z}{\rho}.$$

Cu aceste variabile ecuația liniilor H devine

$$\cos^2\theta - \frac{a^2}{\rho^2} + 2\ln\rho = C_1. \tag{20}$$

8. În figura 2—în cuadrantul inferior din dreapta—sînt reprezentate, în rabatare pe planul $y = 0$, o serie de linii H din planul median $x = 0$, corespunzătoare la diferite valori ale constantei C_1 din formula (20). Se observă că liniile H din vecinătatea curentului I_e au o formă sensibil circulară și corespund valorilor mari negative ale constantei C_1. Pentru valorile mari pozitive ale constantei C_1 aceste curbe se alungesc progresiv în direcția axului oy. Un calcul simplu arată că raportul axelor acestor curbe tinde către e cînd $C_1 \to \infty$.

În aceeași figură — în cuadrantul superior din stînga sînt trasate urmele pe planul $y = 0$ ale integralei algebrice (12) pentru diferite valori ale constantei C. Pentru $|C| > 1$, suprafețele integrale corespunzătoare sînt constituite din patru pînze avînd forma de conoizi — cu vîrfurile în punctele 1 și 2 — pînze dispuse simetric în raport cu planurile de coordonate $x = 0$ și $z = 0$. Pentru $|C| < 1$, suprafețele integrale nu mai intersectează planul de figură în exteriorul rețelei de curenți adică în punctele $|x| > a$; aceste suprafețe comportă numai două pînze conoide cu vîrfurile în 1 și 2. Cazul *critic* $C = 1$ corespunde la o suprafață integrală prezentînd în planul $y = 0$ liniile duble $t = \pm a$, adică axul —xox minus segmentul 1,2. Este ușor de verificat că în punctele acestor linii duble cîmpul H este nul.

Corespunzător acestor trei tipuri de suprafețe integrale și anume pentru valorile $C = 2{,}1$ și $0{,}2$ — sînt reprezentate în partea dreaptă de

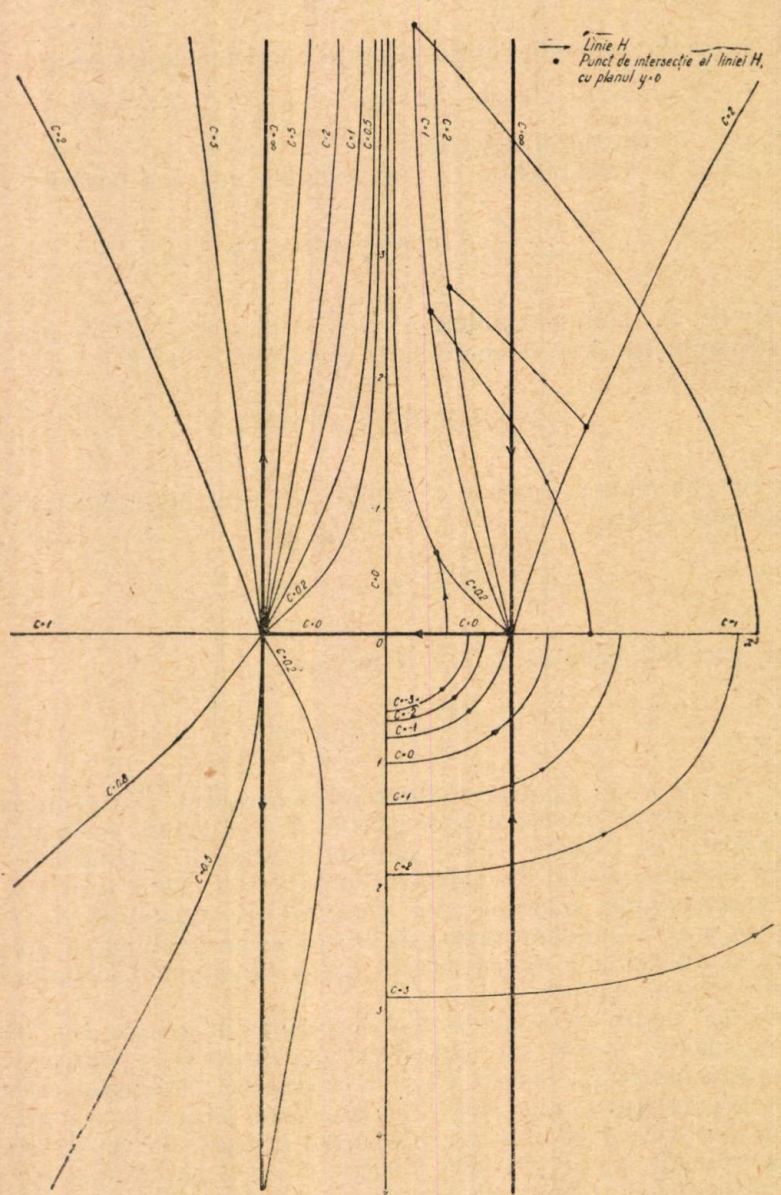


Fig. 2

sus a figurii 2 proiecțiile pe planul $y = 0$ a unor linii de cîmp magnetic calculate cu ajutorul formulelor (16) și (17).

În sfîrșit, în cuadrantul inferior din stînga a aceleiași figuri sînt arătate urmele în planul $z = 0$ a suprafețelor integrale (12) — pentru diferite valori ale constantei C —, în rabatare pe planul $y = 0$.

9. Un al doilea caz particular în care sistemul de ecuații diferențiale (6) poate fi integrat, este cel în care distanța $2a$ dintre firele liniei duble devine infinit mică (dicurent).

În această ipoteză, introducînd noua variabilă $\frac{t}{a} = v$, făcînd să tindă parametrul a către 0 și observînd că la limita $a = 0$, $s = r$ (r, distanța punctului M (x, y, z) la origine), sistemul (6) ia forma

$$\frac{dr}{(r^2 - z^2)(z + qr)} = \frac{dv}{v\,[q\,(r^2 + z^2) + 2rz]} = \frac{dz}{-\frac{(r^2 - z^2)^2}{r}}. \tag{21}$$

Ecuația constituită din primul și al treilea termen

$$\frac{dr}{z + qr} = \frac{rdz}{z^2 - r^2},$$

este o ecuație omogenă de prim ordin, care poate fi integrată urmînd procedeul clasic, prin schimbarea de variabilă $z = ur$.

După calcule elementare aflăm

$$\frac{du}{q} + \left(1 - \frac{1}{q^2}\right)\frac{du}{u + \frac{1}{q}} + \frac{dr}{r} = 0 \tag{22}$$

sau integrînd

$$u + \left(q - \frac{1}{q}\right)\ln\left(u + \frac{1}{q}\right) + q \ln r = \text{const.} \tag{23}$$

ecuație echivalentă cu

$$r = A\,\frac{e^{-\frac{u}{q}}}{\left(u + \frac{1}{q}\right)^{1 - \frac{1}{q^2}}}, \tag{24}$$

unde A este o constantă arbitrară.

Liniile de cîmp magnetic ale cazului *dicurent* sînt deci situate pe suprafețe transcendente — de revoluție împrejurul axului oz și omotetice față de origine — definite de integrala primă (23).

10. Pentru a obține o a doua integrală primă a sistemului (21) observăm că prin schimbarea de variabilă $z = ur$, prima ecuație a acestui sistem devine

$$\frac{q\,(1 + u^2) + 2u}{(1 - u^2)(u + q)} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{dv}{v}.$$

Eliminînd raportul dr/r pe baza relației (22) obținem ecuația cu variabile separate

$$\frac{qu^2+2u+q}{(1-u^2)(u+q)}\left\{-\frac{du}{q}+\left(\frac{1}{q^2}-1\right)\frac{du}{u+\frac{1}{q}}\right\}=\frac{dv}{v}.$$

După simplificări — rezultate din descompunerea primului membru în fracții elementare — această ecuație ia forma

$$\frac{du}{u-1}+\frac{du}{u+1}-\frac{du}{u+\frac{1}{q}}-\frac{dv}{v}=0.$$

Integrînd, obținem

$$\ln(u-1)+\ln(u+1)-\ln\left(u+\frac{1}{q}\right)-\ln v=\text{const.},$$

sau

$$\frac{\left(u+\frac{1}{q}\right)v}{1-u^2}=\text{const.} \tag{25}$$

Revenind la variabilele z, r și avînd în vedere că $v=\lim\frac{l}{a}=\frac{x}{r}$ această integrală primă devine

$$\frac{(r+qz)x}{r^2-z^2}=C, \tag{26}$$

C fiind o constantă arbitrară.

Suprafețele integrale reprezentate de această ecuație sînt conuri algebrice, de gradul 4, cu vîrful în origine, tangente la planul $x=0$ de-a lungul axului oz și simetrice în raport cu planul $y=0$.

În rezumat, liniile de cîmp magnetic ale cazului dicurent sînt intersecțiile suprafețelor transcendente de revoluție (24) cu conurile algebrice de gradul 4 (26). Toate liniile H — cum era de așteptat — întîlnesc axul oz, pe care sînt ortogonale, fiind și tangente la planul $x=0$ în punctul lor de intersecție cu oz.

О НЕКОТОРЫХ ЛИНИЯХ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Даются два случая нитевидных электрических цепей, для которых линии магнитного поля могут быть рассчитаны при помощи элементарных раннсцендентных величин.

В первом случае электрическая линия, состоящая из двух параллельных проводов, имеет поперечное соединение, перпендикулярное к направлению проводов. Если I, сила тока, проходящего в противоположных направлениях по каждому из проводов двухпроводной линии, то принимается, что в соединительном проводе протекает ток силой $2I$. Рассчитывается магнитное поле H по закону Био Савар и пишутся соответствующие дифференциальные уравнения линий магнитного поля. Показывается, что эти уравнения допускают первый алгебраический интеграл 12-й степени. Второй интеграл, который уточняет линии магнитного поля на поверхностях, определяемых предшествующим интегралом, содержит логарифм, являющийся единственной трансцендентной величиной.

График дает вид поверхностей, определяемых алгебраическим интегралом. Кроме того даются несколько линий H, рассчитанных по установленным формулам.

Второй случай, в котором линии H могут быть рассчитаны при помощи элементарных трансцендентных величин, выводится из первого, сокращая до нуля расстояние между проводами двухпроводной электрической линии. В этом случае ток в соединении может быть произвольным. Дифференциальные уравнения линий магнитного поля допускают алгебраический интеграл 4-й степени и трансцендентный интеграл, имеющий симметрию вращения вокруг двухпроводной электрической линии.

SUR CERTAINES LIGNES DE CHAMP MAGNÉTIQUE DÉFINIES PAR DES TRANSCENDANTES ÉLÉMENTAIRES

(RÉSUMÉ)

On étudie deux cas de circuits électriques filiformes dont les lignes de champ magnétique peuvent être calculées au moyen des transcendantes élémentaires.

Dans le premier cas, une ligne électrique double, constituée par deux conducteurs parallèles, possède une jonction transversale perpendiculaire à la direction des conducteurs. Si I est l'intensité du courant qui traverse — dans des sens contraires — les deux conducteurs de la ligne double, on admet que le courant qui passe à travers le fil de jonction aura la valeur $2I$. On calcule le champ magnétique H d'après la loi de Biot-Savart et on écrit les équations différentielles correspondantes des lignes de champ magnétique. On démontre que ces équations admettent une intégrale première algébrique du 12^e ordre. Une seconde intégrale première, précisant les lignes de champ magnétique sur les surfaces définies par l'intégrale précédente, ne contient, comme transcendante, qu'un logarithme.

Un graphique présente l'aspect des surfaces définies par l'intégrale algébrique ; on présente aussi quelques lignes H, calculées sur la base des formules établies.

Le deuxième cas, dans lequel les lignes H sont calculables au moyen des transcendantes élémentaires, peut être déduit du premier, en réduisant à zéro la distance entre les conducteurs de la ligne électrique double.

Dans ce cas, le courant dans la jonction peut avoir une valeur arbitraire. Les équations différentielles des lignes de champ magnétique admettent une intégrale algébrique du 4e ordre, ainsi qu'une intégrale transcendante présentant une symétrie de révolution autour de la ligne électrique double.

BIBLIOGRAFIE

1. Sabba S. Ştefănescu, *La théorie du plan conducteur et les états électromagnétiques transitoires*. Rivista geomineraria, Milano, 1943, nr. 1, p. 1.
2. — *Liniile de cimp magnetic ale unui curent electric filiform şi plan, de două ori cotit*. Comunicările Acad. R.P.R., t. I, nr. 8, iulie 1951, p. 769.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 4, 1956

ASUPRA POSIBILITĂŢII REACŢIILOR NUCLEARE ÎN LANŢ CU ELEMENTE UŞOARE *)

DE

E. LARISCH şi I. SHECHTMAN

I. INTRODUCERE

Elementele situate la ambele capete ale sistemului periodic de elemente sînt capabile de a produce reacţii nucleare cu degajare de energie. La elementele foarte grele acest proces are loc prin fisiune, la elementele uşoare prin fuziune.

Reacţiile de primul tip se utilizează curent în pilele cu procese în lanţ, iar rolul verigilor lanţului îl joacă neutronii eliberaţi la fisiune.

Reacţiile de-al doilea tip se utilizează deocamdată doar în bombele termonucleare. Ele sînt însoţite de producerea unor particule cu energii mari.

Se pune în mod natural întrebarea dacă, prin intermediul acestor particule rapide, nu este cumva posibil şi aici un proces în lanţ. Această problemă face obiectul lucrării de faţă. Rezultatele obţinute vor putea fi aplicate pentru corecţii şi în cazurile cînd într-un mediu, care a fost calculat pe baza presupunerii realizării echilibrului termodinamic, se produc particule cu energii mari faţă de energia termică. Este cazul unui gaz în care au loc reacţii termonucleare. Un efect analog se produce în pile unde particulele moderatorului sînt accelerate prin ciocnire cu neutronii de fisiune.

II. GENERALITĂŢI

În această lucrare, pentru simplificare, vom considera un mediu omogen şi nemărginit conţinînd o sursă care, independent de mediu, emite neutroni distribuiţi în spectrul energetic cu densitatea constantă în timp. Neutronii din sistem — cei proveniţi din sursă şi cei produşi în el — se încetinesc prin ciocnire cu nucleii mediului, cedîndu-le din energia lor. Nucleii rapizi produşi astfel se frînează prin interacţiune electromagnetică cu particulele mediului (mai ales cu electronii), producînd pe

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 28 aprilie 1956.

parcurs reacţii nucleare. Aceste reacţii sînt sursa proprie de neutroni a sistemului. Neutronii au în acest fel rolul de a *pregăti* nuclei pentru reacţie. Particulele încărcate nu pot face acest oficiu : frînarea lor este continuă şi de aceea ele comunică energie în doze prea mici. De aici rezultă că din acest punct de vedere nu sînt interesante decît acele reacţii care eliberează şi neutronii.

Din consideraţii generale rezultă că se pot realiza două alternative : ori sistemul se găseşte într-o stare staţionară în prezenţa surselor „exterioare" ori starea staţionară se realizează cînd aceste surse lipsesc. Posibilitatea acestui din urmă caz ne interesează în special.

III. ECUAŢIILE STĂRII STAŢIONARE

Grupul de particule rapide este puţin numeros faţă de cel al particulelor cu energii termice. Din acest motiv se neglijează interacţiunile între particulele din primul grup. Pe baza acestei ipoteze se poate calcula densitatea de ciocnire a neutronilor. Vom nota cu $F_0(E, E')$ această densitate pe unitatea de energie, produsă de o sursă ce emite, cu intensitatea unitară, neutroni la energia E'. Această funcţie depinde de felul nucleilor şi de proporţia în care ei se găsesc în amestec. Expresia ei generală a fost dată de G. Placzek [1].

Fie $n^*(E)dE$ debitul de neutroni al surselor exterioare în intervalul de energie dE şi $n(E)\,dE$ aceeaşi mărime pentru neutronii produşi în sistem. Densitatea totală a ciocnirilor neutronilor la energia E este

$$F(E) = \int_E^\infty F_0(E, E')\,[n(E') + n^*(E')]\,dE'. \tag{3.1}$$

Neutronii ciocnindu-se cu nucleii mediului transmit acestora din energia lor. Încetinirea particulelor încărcate, datorită interacţiunii electromagnetice este aproape continuă. Expresia pierderii de energie pe unitatea de parcurs a fost dată de [2] şi [3]. Pentru energii nerelativiste ea se exprimă prin formula

$$-\frac{dE}{dx} = \sum_i \frac{4 \cdot \pi \cdot Z_i^2 \cdot e^4}{m \cdot v^2} \cdot \rho_i \cdot \ln \frac{2m\,v^2}{\overline{I}_i} = \sum_i \rho_i \cdot g_i(E), \tag{3.2}$$

unde

ρ_i — numărul particulelor mediului de tip i pe unitatea de volum,

$\overline{I}_i$ — potenţialul mediu de ionizare al atomilor mediului de tip i,

m — masa electronului.

Vom considera mediul compus din două specii de atomi. Reacţia, putînd avea loc numai între nuclei diferiţi, decurge după egalitatea

$$A_1 + A_2 \rightarrow B + n + Q\,; \tag{3.3}$$

unde A_1 şi A_2 sînt nuclei iniţiali, B este nucleul final, iar Q energia eliberată. Fie $\sigma_r\,(E)$ secţiunea acestei reacţii, iar c_1 şi c_2 concentraţiile, atomice. Numărul de reacţii pe care le produce un nucleu de specia 1 încetinindu-se pe distanţa dx, este

$$d\nu_1(E) = \rho \cdot c_2 \cdot \sigma_r(E) \cdot dx. \tag{3.4}$$

Combinînd această ecuație cu (3.2) se obține

$$d\nu_1(E) = \frac{c_2 \cdot \sigma_r(E)}{c_1 g_1(E) + c_2 g_2(E)} \cdot dE = c_2 \cdot \gamma(E) \cdot dE. \tag{3.5}$$

Pentru a putea calcula numărul total de reacții ce au loc, este necesară determinarea fluxului de nuclei ce traversează pe secundă o anumită energie. Notînd această mărime cu $D(E)$, bilanțul nucleilor de specia 1 între energiile E și $E+dE$ se exprimă prin relația de staționaritate

$$D_1(E+dE) + D_{1p}(E) \cdot dE = D_1(E) \cdot d\nu_1(E) + D_1(E), \tag{3.6}$$

$D_1(E) \cdot d\nu_1(E)$ este numărul total de reacții provocate pe secundă de componentul 1 în intervalul dE de energie. $D_{1p}(E)$ este densitatea energetică a nucleilor 1 difuzați pe secundă la energia E prin ciocniri cu neutronii.

În ipoteza că difuzia are simetrie sferică în sistemul centrului de greutate, probabilitatea ca un nucleu de specia 1 să fie difuzat în intervalul dE de către un neutron cu energia $E' > \frac{E}{1-\alpha_1}$ este $\frac{dE}{E'(1-\alpha_1)}$, unde $\alpha E' = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 E'$ este energia minimă a neutronului după ciocnirea cu un nucleu cu număr masic A.

Funcția $D_{1p}(E)$ are deci expresia

$$D_{1p}(E) = c_1 \int_{\frac{E}{1-\alpha_1}}^{\infty} \frac{F(E')}{E'(1-\alpha_1)} \cdot \frac{\sigma_{s_1}(E')}{c_1\sigma_1(E') + c_2\sigma_2(E')} dE', \tag{3.7}$$

unde σ_s sînt secțiunile de difuzie ale neutronilor pe nuclei, iar σ secțiunile totale. Relația (3.6) poate fi scrisă sub forma

$$\frac{dD_1(E)}{dE} + D_{1p}(E) - D_1(E)\, c_2\, \gamma(E) = 0. \tag{3.8}$$

Soluția acestei ecuații este

$$D_1(E) = \exp\left(c_2 \int_0^E \gamma(E')\, dE'\right) \cdot \int_E^{\infty} D_{1p}(E') \exp\left(-c_2 \int_0^{E'} \gamma(E'')\, dE''\right) dE'. \tag{3.9}$$

Dacă secțiunile de reacții sînt suficient de mici, pentru ca la orice energie să aibă loc inegalitatea

$$\int_0^E \gamma(E)\, dE \ll 1, \tag{3.10}$$

formula (3.9) poate fi scrisă sub forma simplificată

$$D_1(E) = \int_E^\infty D_{1p}(E')\,dE' =$$

$$= \frac{c_1}{1-\alpha_1}\int_E^\infty \frac{E+E''}{E''} F\left(\frac{E''}{1-\alpha_1}\right) \frac{\sigma_{s_1}\left(\frac{E''}{1-\alpha_1}\right)}{c_1\sigma_1\left(\frac{E''}{1-\alpha_1}\right) + c_2\sigma_2\left(\frac{E'}{1-\alpha_1}\right)}\,dE''. \qquad (3.11)$$

Introducem acum probabilitatea $P(E, E')$ că reacția având loc cu energia E', neutronul să iasă cu energia E. Normarea este evident

$$\int_0^\infty P(E, E')\,dE = 1. \qquad (3.12)$$

Cu ajutorul ei se poate exprima numărul total de neutroni cu energia în intervalul dE care se produc în sistem în unitatea de timp. Acest număr este

$$n(E)\,dE = dE\int_0^\infty [D_1(E')\,d\nu_1(E') + D_2(E')\,d\nu_2(E')]\,P(E, E') \qquad (3.13)$$

Expresia din paranteză, de sub integrală, este densitatea de reacții la energia E'.

Înlocuind pentru $D(E')\ d\nu\ (E')$, $P(E,E')$ expresiile respective se ajunge la ecuația de bază

$$n(E) = c_1c_2\left\{\int_0^\infty P(E,E')\left[\exp\left(c_2\int_0^{E'}\gamma(E'')\cdot dE''\right)\int_{E'}^\infty dE''\cdot\right.\right.$$

$$\cdot\int_{\frac{E''}{1-\alpha_1}}^\infty dE'''\,\beta_1(E''')\cdot\int_{E'''}^\infty F_0(E,E'''')(n(E'''')+n^*(E''''))\cdot dE''''\cdot$$

$$\cdot\exp\left(-c_2\int_0^{E''}\gamma(E''')\cdot dE'''\right)+$$

$$+\exp\left(c_1\int_0^{E'}\gamma(E'')\cdot dE''\right)\cdot\int_{E'}^\infty dE''\cdot\int_{\frac{E''}{1-\alpha_1}}^\infty dE'''\,\beta_2(E''')\cdot$$

$$\cdot\int_{E'''}^\infty F_0(E,E'''')\,(n(E'''')+n^*(E''''))\,dE''''\cdot$$

$$\left.\left.\cdot\exp\left(-c_1\int_0^{E''}\gamma(E''')\,dE'''\right)\right]dE'\right\} \qquad (3.14)$$

unde prin β a fost notat

$$\beta_i(E) = \frac{\sigma_{s_i}(E)}{c_1\sigma_1(E) + c_2\sigma_2(E)}.$$

Vom scrie ecuația de mai sus sub forma

$$n = L(n + n^*). \tag{3.15}$$

Operatorul liniar L este definit de ecuația de mai sus (3.14). Ea conține răspunsul la problemele puse la începutul acestei lucrări.

Sistemul este *critic* la un anumit raport de concentrații (în limbajul teoriei reactorilor) dacă este capabil de stări staționare în care, în absența excitațiilor exterioare, $n(E)$ nu este identic nul. Aceasta înseamnă că ecuația omogenă

$$Ln = \lambda n \tag{3.16}$$

are o valoare proprie $\lambda = 1$. Dacă există valori proprii mai mari decît 1, se poate ajunge la starea critică prin variația concentrațiilor. În medii reale, finite, λ_{real} va fi mai mic decît cel calculat prin această ecuație construită pentru medii infinite.

În mediile depărtate de starea critică numărul neutronilor produși de unul frînat pînă la zero este foarte mic, așa că are loc inegalitatea

$$L\,n \ll n. \tag{3.17}$$

Ecuația (3.15) are în acest caz o soluție imediată

$$n = L\,n^*. \tag{3.18}$$

IV. APLICAȚIE LA REACȚIA $_1H^2 + {}_1H^3$

Reacția deuteriu-tritiu este una din cele mai rapide și energice care se cunosc. În plus, sarcina celor doi nuclei fiind 1, încetinirea lor este cea mai slabă. De aceea integrala

$$\int_0^E \gamma(E)\,dE$$

are pentru această reacție una din cele mai mari valori posibile în domeniul de energii la care se eliberează particulele.

Am făcut pentru această reacție calculul indicat la punctul III, folosind anumite aproximații:

1. Pentru calculul ciocnirilor și încetinirii am considerat mediul format din nuclei de o singură specie cu un număr masic intermediar 2,5 (dacă $c_1 = c_2 = 1/2$).

2. Am admis că difuzia neutronilor este cu o simetrie sferică în sistemul centrului de greutate.

3. Pentru densitatea de ciocniri a neutronilor am luat valoarea ei asimptotică la energii mici. Diferenţa maximă nu depăşeşte 50 %.

4. Am presupus că neutronii din reacţie ies, în sistemul centrului de greutate, cu aceeaşi probabilitate pentru toate unghiurile.

5. Autorii au avut la dispoziţie secţiunea de reacţie pînă la $E = 2{,}5$ MeV ($\sigma_r = 200$ mbarn) şi valoarea ei la 10,5 MeV ($\sigma_r = 48$ mbarn). Între aceste valori s-a făcut o interpolare liniară. Pentru valori mai mari s-a admis variaţia $\sigma_r = \frac{K}{E}$, unde $K = \text{const.}$

6. Primul nivel al He este la 22 MeV. Acest fapt care nu a fost considerat la calculul energiei neutronilor rezultaţi din reacţie, nu a influenţat însă sensibil rezultatul, deoarece numărul de reacţii produse la energii suficient de mari pentru a excita acest nivel este mic, cum rezultă din figura 2.

De asemenea, nu au fost considerate reacţiile $H^2 + H^2$ şi $H^3 + H^3$, mult mai lente şi mai puţin energice.

Cu aceste ipoteze, rezultă că funcţia unitară de ciocnire a neutronilor are expresia

$$\left.\begin{aligned} F_0(E,E') &= \frac{1}{\zeta E}, \quad E' > E, \\ F_0(E,E') &= 0\ , \quad E' < E, \end{aligned}\right\} \tag{4.1}$$

unde

$$\zeta = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \cdot \ln \frac{A-1}{A+1}$$

este decrementul logaritmic mediu al energiei neutronului prin ciocnire şi A număr masic al nucleului cu care se ciocneşte neutronul.

De aici rezultă că

$$F(E) = \frac{1}{\zeta E}\,[N(E) + N^*(E)], \tag{4.2}$$

unde

$$N(E) = \int_E^\infty n(E')dE'.$$

În cazul de faţă reacţia merge după formula

$${}_1H^2 + {}_1H^3 \rightarrow {}_2He^4 + n + 17{,}6 \text{ MeV}. \tag{4.3}$$

Din ipoteza 1. rezultă că energia E a neutronilor ca funcţie de energie E' a reacţiilor este dată de

$$E = \frac{4}{5}Q + \frac{E'}{2} \pm \frac{1}{2{,}5}\sqrt{(2Q + E') \cdot E'} \cdot \cos\theta, \tag{4.4}$$

unde θ este unghiul de difuzie a neutronului în sistemul centrului de greutate. Folosind ipoteza 4. se găsește pentru $P(E, E')$

$$\left.\begin{aligned} P(E,E') &= \frac{1}{E_{\max}(E') - E_{\min}(E')} = \\ &= \frac{1{,}25}{\sqrt{(2Q + E')E'}}\ ; \quad E_{\min}(E') < E < E_{\max}(E') \\ &= 0\ ; \qquad\qquad \text{în afara acestui interval} \end{aligned}\right\} \tag{4.5}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} E_{\max}(E') &= \frac{4}{5}Q + \frac{E'}{2} + \frac{1}{2{,}5}\sqrt{(2Q + E')E'}\ , \\ E_{\min}(E') &= \frac{4}{5}Q + \frac{E'}{2} - \frac{1}{2{,}5}\sqrt{(2Q + E')E'}\ . \end{aligned}\right\} \tag{4.6}$$

Fluxul nucleilor este (presupunînd $\sigma_{s1} = \sigma_{s2} = \sigma_1 = \sigma_2$)

$$D(E) = \frac{1}{\zeta}\int_E^\infty \frac{E+E'}{E'^2}\left[N\left(\frac{E'}{1-\alpha}\right) + N^*\left(\frac{E'}{1-\alpha}\right)\right]dE'. \tag{4.7}$$

Funcția notată cu $g(E)$, care determină frînarea nucleilor, este

$$g(E) = 595.10^{-24} \cdot \frac{\ln(58{,}1 \cdot E)}{E} \qquad \left[\frac{\text{MeV} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}},\right], \tag{4.8}$$

energia luîndu-se în MeV.

Ecuația fundamentală devine acum

$$n(E) = \frac{1}{2\zeta}\int_0^\infty \gamma(E')\,P(E,E')\cdot dE' \int_{E'}^\infty \frac{E'+E''}{E''^2}\left[N\left(\frac{E''}{1-\alpha}\right) + N^*\left(\frac{E''}{1-\alpha}\right)\right]\cdot dE'' \tag{4.9}$$

Integrînd-o în raport cu E, de la E la ∞, se obține

$$N(E) = \frac{1}{2\zeta}\int_0^\infty \gamma(E')\,K(E,E')\cdot dE' \int_{E'}^\infty \frac{E'+E''}{E''^2}\left[N\left(\frac{E''}{1-\alpha}\right) + N^*\left(\frac{E''}{1-\alpha}\right)\right]dE''. \tag{4.10}$$

Expresia nucleului acestei ecuații $K(E,E') = \int_E^\infty P(E,E')\,dE$ este dată în figura 1.

Din forma nucleului rezultă că pentru această ecuație sînt satisfăcute alternativele lui Fredholm. Forma ei este însă prea complicată pentru un studiu direct al spectrului. Analogia cu alte sisteme fizice asemănătoare face să se bănuiască existența unui spectru discret. În această ipoteză calculul (aproximativ) dă pentru cea mai mare valoare proprie

$$\lambda_0 = 1{,}25 \cdot 10^{-3}. \tag{4.11}$$

Această valoare este în bună concordanţă cu valorile obţinute în rezolvarea ecuaţiei neomogene (vezi mai departe), ceea ce arată valabilitatea presupunerilor puse la baza acestui calcul.

Evident din cauza aproximaţiilor făcute, aceste rezultate nu au decît o valoare orientativă. Totuşi λ_0 fiind foarte mic, se poate afirma că sistemul este depărtat de starea critică.

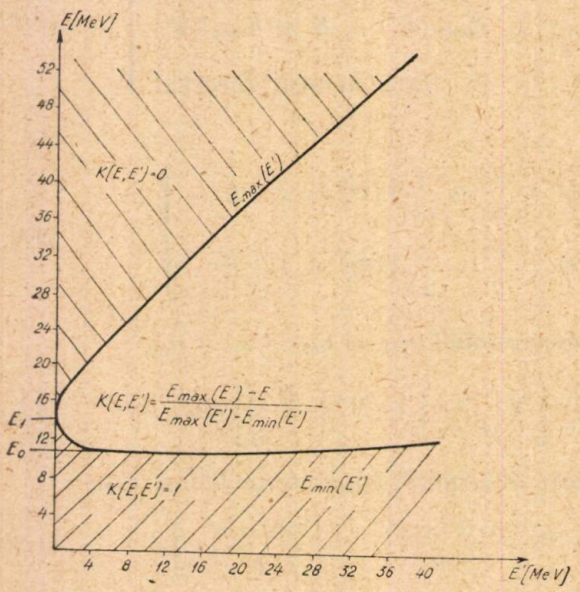


Fig. 1

În cazul cînd există în sistem surse exterioare, se poate utiliza ecuaţia simplificată (3.18). Reproducem în figura 2 rezultatele unor asemenea calcule făcute pentru energiile $E_1 = 2$ MeV, $E_2 = 14{,}1$ MeV şi $E_3 = 40$ MeV.

Primul caz corespunde unei pile pe neutroni lenţi, al cărei moderator este compus dintr-un amestec de deuteriu şi tritiu cu concentraţii atomice egale (rezultatul nu ia în considerare existenţa uraniului care se manifestă printr-o frînare suplimentară şi o captură de neutroni). Acest calcul a fost deja făcut de F. E. O ' M e a r a care a publicat rezultatul fără nici un fel de detaliu [4].

Al doilea caz corespunde amestecului mai sus menţionat în care are loc o reacţie termonucleară (ca să rămînem în cadrul ipotezelor făcute, temperatura mediului trebuie să fie mai mică decît 10^9 °K), şi în acelaşi timp clarifică o problemă ridicată într-o lucrare anterioară [5], dacă trebuie introduse corecţii în formulele obişnuite pentru calculul reacţiilor termonucleare.

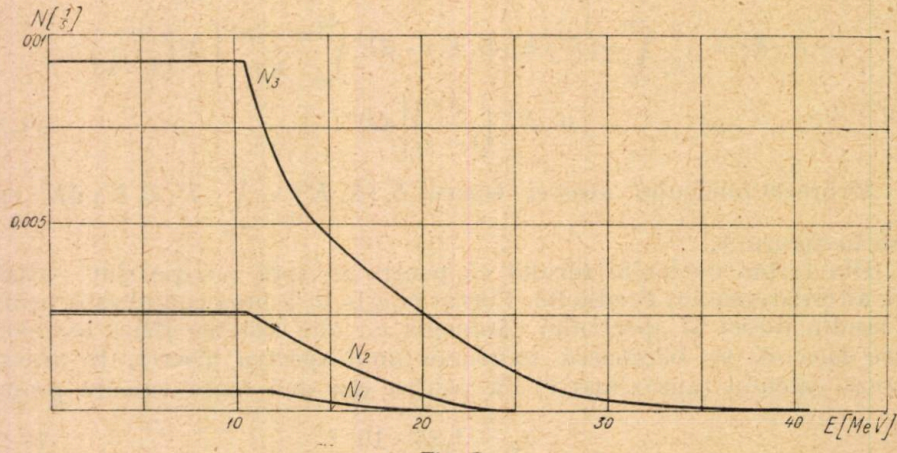


Fig. 2

În al treilea caz, amestecul este bombardat cu neutroni de 40 MeV.

În toate aceste cazuri producția neutronilor în mediu este foarte mică, atingînd abia $N = 9{,}3 \cdot 10^{-3} N^*$ pentru sursa de neutroni la 40 MeV.

CONCLUZII

S-a arătat că numărul de neutroni produși într-un mediu de deuteriu și tritiu este aproximativ de o mie de ori mai mic decît este necesar pentru a menține o stare staționară. Calculele, bazate pe unele aproximații sînt destul de brute, însă suficiente pentru a da ordinul de mărime. Cauza acestui rezultat negativ, cum se vede din calculele anterioare este datorit micimii secțiunii de reacție și pierderii mari de energie a particulelor încărcate, încetinite în mediu. Deoarece este improbabil că alte reacții vor avea secțiuni mai mari cu cîteva ordine de mărime și deoarece pentru nuclee cu sarcină mai mare frînarea este mai mare, ajungem la următoarea concluzie: este improbabil că se va găsi un mediu din elemente ușoare în care să fie posibil un regim staționar de degajare de energie fără surse exterioare. Soluția acestei probleme va rezulta probabil în micșorarea frînării, singurul factor asupra căruia se poate acționa. Deoarece încetinirea este determinată în cea mai mare parte de electroni, trebuie găsită o metodă de a concentra ioni pozitivi de gaz parțial sau complet lipsiți de electroni.

Autorii exprimă aci mulțumirile lor lectorului M. I. Mayer și în special prof. R. Bădescu pentru ajutorul acordat la clarificarea unor probleme matematice legate de această lucrare.

О ВОЗМОЖНОСТИ ЦЕПНЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ С ЛЕГКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Предлагаемая статья обсуждает возможность самоподдерживающейся ядерной реакции в среде, состоящей из двух легких элементов.

Принимается, что возможна только одна реакция и что один из двух только ее продуктов — нейтрон. Обязательность этого предположения очевидна только ее.

В самом деле, благодаря электромагнитному взаимодействию с частицами среды, быстрые заряженные частицы непрерывно замедляются и передают свою энергию очень малыми количествами. Нейтроны, напротив, замедляются столкновениями и могут поэтому передавать большую часть своей энергии одной легкой частице.

Сначала дается выражение для тока частиц среды по оси энергии. Затем выводится общее уравнение для стационарного состояния системы с внешними источниками нейтронов. Это — линейное интегральное уравнение. Для того чтобы система была „критической“ необходимо, чтобы соответствующее гомогенное уравнение имело собственное значение равное единице.

Общая формула применяется для среды, состоящей из дейтерия и трития в равных атомных концентрациях. Расчет сделан при некоторых упрощениях. При предположении спектра дискретным, наибольшее собственное значение равно $1{,}25 \cdot 10^{-3}$.

Даются кривые производства нейтронов, когда внешние источники вводят их при энергиях 2 MeV, 14 MeV 40 MeV.

Делается вывод о невозможности существования такой системы, поддерживающейся в стационарном состоянии без внешних источников. Авторами намечается путь, могущий привести к решению этого вопроса.

ON THE POSSIBILITY OF NUCLEAR CHAIN REACTIONS IN LIGHT ELEMENTS

(ABSTRACT)

The present work deals with the possibility of a self-sustained nuclear chain reaction in a medium composed of two light elements.

It is assumed that only one reaction takes place in the medium and the one of the only two reaction products is a neutron. The necessity of this assumption is evident. Charged particles, being in electromagnetic interaction with the medium particles, decelerate continuously and transmit only very small portions of their energy. On the other hand, neutrons, decelerating by short range collisions may transmit a great part of their energy to one particle in media composed of light nuclei.

An expression of the medium particles' current along the energy axis is given first. Then, a general equation is derived, for the steady state of the system in the presence of neutron external sources. This is a linear integral equation. The condition for the system to be "critical" is that the corresponding homogeneous equation should have a proper value equal to 1.

The general formula is further applied to the particular case when the medium is composed of deuterium and tritium in equal atomic concentrations. The calculation is based upon some simplifying assumptions. Supposing the existence of a discrete spectrum, the highest proper value is found to be $1{,}25.10^{-3}$. In addition, curves are given for the neutron production density when external sources emitting neutrons at 2 MeV, 14 MeV and 40 MeV, are present. The conclusion is that such a system, maintaining a steady state without external sources, is impossible. A suggestion is proposed as to the direction where the solution to this problem might lie.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Placzek, Phys. Rev., 1946, t. 69, p. 423.
2. H. A. Bethe, Ann. de Phys., 1930, t. 5, p. 325.
3. — Zs. f. Phys., 1932, t. 76, p. 293.
4. F. E. O'Meara, Phys. Rev., 1953, t. 89, p. 982.
5. I. Shechtman şi E. Larisch, Studii şi cercetări de fizică, t. VII, nr. 2, 1956, p. 291.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 4, 1956

EMISIA RADIAŢIEI γ ÎN MODELUL PĂTURILOR NUCLEARE*)

DE

D. BOGDAN şi CH. IUSIM

I. CONSIDERAŢII GENERALE

Calcularea vieţilor medii ale stărilor nucleare excitate, care trec în starea fundamentală prin emisie de radiaţie electromagnetică prezintă importanţă atît din punct de vedere teoretic cît şi experimental. În adevăr, măsurînd viaţa medie şi energia de tranziţie, cu ajutorul formulelor teoretice ce dau viaţa medie se poate determina ordinul de multipol al radiaţiei şi momentul cinetic transportat de aceasta. Cunoaşterea momentului cinetic transportat de radiaţia emisă serveşte la determinarea nivelelor între care are loc tranziţia radiativă, ceea ce poate prezenta de multe ori interes pentru înţelegerea completă a diferitelor transformări ce le suferă nucleul atomic respectiv. Calculul vieţilor medii ale stărilor nucleare excitate capătă o importanţă de prim ordin în studiul fenomenului de izomerie nucleară, fenomen a cărui caracteristică principală este aceea că starea nucleară excitată este metastabilă, adică timpul ei de înjumătăţire este mai mare ca 10^{-10} secunde. Faptul că vieţile medii ale stărilor izomere sînt mari, putînd avea valori în unele cazuri de cîţiva ani, face ca determinarea lor să fie relativ uşoară şi precisă. De asemenea strîns legat de fenomenul de izomerie nucleară este fenomenul de conversie internă în studiul căruia cunoaşterea ordinului de multipol al radiaţiei emise este deosebit de necesară.

Teoria radiaţiei multipolare prin sine însăşi, adică studiul radiaţiei emise fără explicitarea densităţii de sarcină ρ şi a densităţii de curent $\vec{j}$, poate explica cel mult în mod calitativ comportarea probabilităţilor de tranziţie radiativă (şi deci şi a vieţilor medii) în funcţie de energia de tranziţie şi de ordinul de multipol al radiaţiei. Anume, este vorba de faptul că vieţile medii ale stărilor nucleare excitate cresc cu creşterea ordinului de multipol al radiaţiei emise şi cu scăderea energiei de tranziţie. Această comportare a vieţilor medii, aşa cum a atras atenţia în

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 12 iunie 1956.

1936 C. F. Weizsäcker [1] este esenţială pentru înţelegerea fenomenului de izomerie nucleară, dar ea este insuficientă pentru a putea confrunta în mod efectiv teoria cu experienţa. Pentru a putea face aceasta trebuie explicitaţi ρ şi $\vec{j}$; or, acest lucru nu poate fi făcut fără adoptarea unui anumit model nuclear.

Au fost făcute numeroase încercări de ca'cul a probabilităţilor de tranziţie radiativă utilizîndu-se diverse modele nucleare. Astfel H. A. Bethe [2], M. Fierz [3], A. Berthelot [4], J. Frenkel [5] şi S. Flügge [6] au folosit modelul picăturii. O formulă absolut riguroasă dedusă pe baza aceluiaşi model a fost obţinută de unul din autorii prezentei lucrări [7]. Confruntînd cu experienţa valorile vieţilor medii ce se obţin cu ajutorul formulelor ce s-au dedus pe baza modelului picăturii, se poate conchide (a se vedea de asemenea [8] şi [9]) că situaţia nu este satisfăcătoare. Se întîlnesc şi cazuri în care formule mai riguroase (formula lui Fierz) dau rezultate mai proaste decît formule mai puţin riguroase (formula lui Bethe).

Rezultate mai bune s-au obţinut pe baza modelului particulelor independente. Pobabilităţile tranziţiilor radiative au fost calculate pe baza acestui model de V. F. Weisskopf [10] şi de S. A. Moszkowski [11].

Formulele obţinute de Weisskopf permit clasificarea şi interpretarea a numeroase tranziţii radiative [12]. Cu toate acestea trebuie spus că formulele lui Weisskopf nu duc la rezultate în perfectă concordanţă cu experienţa. De multe ori vieţile medii calculate pe baza acestor formule diferă de valorile experimentale cu trei ordine de mărime. De asemenea în multe cazuri, aşa cum se poate vedea din cercetările lui Goldhaber şi Sunyar, clasificarea tranziţiilor izomerice trebuie să se facă încă în mod empiric. Aceste fapte arată în mod clar că formulele lui Weisskopf, cu toate rezultatele bune la care conduc în multe cazuri, nu pot fi considerate ca rezolvînd în mod riguros şi satisfăcător problema calculării vieţilor medii a stărilor nucleare excitate. Firește, o cauză principală datorită căreia rezolvarea teoretică riguroasă a problemei vieţilor medii ale stărilor nucleare excitate întîmpină astăzi dificultăţi, rezidă în faptul că fizica nucleară actuală nu ne dă încă prea multe informaţii cu privire la natura interacţiilor din nucleu şi implicit cu privire la structura nucleului. Bineînţeles că această cauză nu poate fi înlăturată decît în mod treptat prin evoluţia ulterioară a fizicii. Sîntem însă de părere că chiar în cadrul cunoştinţelor actuale despre nucleu, problema mai poate fi abordată din diferite puncte de vedere ce ar putea eventual conduce la rezultate mai satisfăcătoare.

De faptul că problema mai poate fi abordată din alte puncte de vedere, ne putem convinge examinînd ipotezele făcute în deducerea formulelor lui Weisskopf. În ceea ce priveşte modelul utilizat putem spune următoarele : presupunerea că dintre toţi nucleonii cel care radiază este un proton ni se pare arbitrară mai ales dacă se ţine seama de faptul că varianta modelului particulelor independente care explică bine răspîndirea fenomenului de izomerie printre nucleele sistemului periodic şi anume modelul uni-particulă a lui Mayer-Jensen, cere de foarte multe ori, ca un neutron să fie responsabil atît de radiaţia emisă cît şi de spinul

nucleului și momentul său magnetic. De asemenea modelul utilizat de Weisskopf nu presupune nimic cu privire la interacția dintre spinul și momentul cinetic orbital al protonului radiant, deși se pare că în nuclee această interacție există și joacă un rol foarte important. Este de presupus că existența acestei interacții poate modifica într-o oarecare măsură intensitatea radiației emise. Deși într-o lucrare a sa din 1952 B. Stech [13] se ocupă de problema radiației unui nucleu utilizînd modelul uni-particulă și menționează că existența unui cuplaj spin-orbită ar putea modifica intensitatea radiației emise, totuși nu calculează efectiv această modificare.

În ceea ce privește ipotezele ce se fac în studiul propriu-zis al radiației emise de nucleu trebuie să observăm că neglijarea dimensiunilor nucleului în raport cu lungimea de undă a radiației, deși nu modifică esențial rezultatele, totuși poate fi evitată utilizînd metoda de studiu a radiației dată de acad. Ș. Țițeica [14]. De asemenea pentru calculul vieților medii, spre deosebire de felul cum procedează Weisskopf și ceilalți cercetători, ni se pare mai corect a lucra cu intensitatea totală a radiației emise, deoarece această intensitate determină în ultimă instanță viața medie a stării excitate.

II. FORMULAREA MODELULUI

Am încercat să abordăm problema calculării vieții medii utilizînd modelul uni-particulă cu cuplaj spin-orbită a lui Mayer-Jensen [15], [16] cu potențial oscilatoric. Acest model nu este decît o variantă a modelului păturilor propus încă în 1934 de W. M. Elsasser [17], care a atras printre primii atenția asupra faptului că nucleele, cu numere determinate de protoni și neutroni, au proprietăți particulare. Astăzi aceste numere magice sînt aproape complet precizate și anume:

2, 8, 20, 28 (?), 40, 50, 82, 126.

Nucleele care posedă un număr de protoni sau neutroni din șirul de mai sus manifestă proprietăți de stabilitate particulare și alte proprietăți care permit să se presupună că un număr de protoni sau neutroni egal cu unul din numerele magice formează o configurație stabilă sau o pătură închisă. Pentru explicarea păturilor, modelul lui Mayer-Jensen presupune că nucleonii se mișcă liber într-un fel de cîmp self-consistent, produs de ceilalți nucleoni. Dar, deoarece interacțiile nucleare nu se cunosc, acest cîmp nu poate fi calculat efectiv ci se fac diferite presupuneri cu privire la forma potențialului din care derivă. Apoi, rezultatele care se obțin rezolvînd problema de mecanică cuantică a mișcării unei particule în acest cîmp, se confruntă cu experiența trăgîndu-se concluzii cu privire la forma de potențial utilizată. Astfel s-a constatat că pentru nucleele ușoare rezultate bune se obțin presupunînd un potențial de forma unui oscilator izotrop tridimensional, iar pentru nuclee grele un potențial de forma unei gropi dreptunghiulare.

Cuplajul dintre momentul cinetic orbital și spinul particulei face ca în hamiltonian să apară un termen suplimentar proporțional cu produsul $\vec{s}\cdot\vec{l}$, unde $\vec{s}$ este momentul de spin și $\vec{l}$ momentul orbital. Se poate arăta că componentele lui $\vec{l}$ nu comută cu termenul de cuplaj $\vec{s}\cdot\vec{l}$. Pătratul momen-

tului cinetic orbital, $\vec{l}^2$ comută cu hamiltonianul şi în acest sens l rămîne un număr cuantic bun. Vectorul moment cinetic total al particulei, $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$, comută cu termenul de cuplaj. Din cauza celor două orientări posibile a spinului nivelul caracterizat prin numărul cuantic l, se despică în două nivele cu momentele cinetice totale $j = l + \frac{1}{2}$ şi $j = l - \frac{1}{2}$.

Într-adevăr, ecuaţia lui Schrödinger pentru un nucleon care se mişcă în cîmpul ce derivă printr-un potenţial oscilatoric, în ipoteza existenţei unei interacţii spin-orbită, este

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta - U_0 + \frac{\mu\omega_0^2 r^2}{2} - a\,\mu\omega_0^2 \right\} \psi = W\psi, \tag{1}$$

unde a este

$$a = \frac{\lambda}{2}\left(\frac{\hbar}{\mu c}\right)^2 \begin{cases} l & \text{pentru } j = l + \frac{1}{2}, \\ -(l+1) & \text{pentru } j = l - \frac{1}{2}, \end{cases}$$

λ fiind un factor fără dimensiuni a cărui valoare este de ordinul 10—20; rezolvînd ecuaţia obţinem următoarele valori proprii ale energiei:

$$W_N = -U_0 - a\,\mu\omega_0^2 + \hbar\omega\left(N + \frac{3}{2}\right). \tag{1'}$$

În ceea ce priveşte funcţiile proprii ele au forma unui produs dintre o funcţie numai de unghiuri şi o funcţie numai de raza vectoare. Partea unghiulară $Y^{j_z}_{j,l}$ a funcţiilor proprii este alcătuită din aşa-numitele funcţii sferice generalizate care sînt combinaţii a unor produse dintre funcţiile de spin ξ şi η şi funcţiile sferice obişnuite şi arată astfel:

$$Y^{j_z}_{j,l} = \sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,\xi\,Y_l^m(\vartheta,\varphi) + \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,\eta\,Y_l^{m+1}(\vartheta,\varphi) \text{ pentru } j = l + \frac{1}{2}, \tag{2}$$

$$Y^{j_z}_{j,l} = \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,\xi\,Y_l^m(\vartheta,\varphi) - \sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,\eta\,Y_l^{m+1}(\vartheta,\varphi) \text{ pentru } j = l - \frac{1}{2}. \tag{3}$$

Pentru calcularea părţii radiale am procedat în felul următor: notînd cu W_0 expresia $W + U_0 + a\,\mu\omega^2$, ecuaţia (1) în coordonate polare capătă forma

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) + \frac{1}{r^2}\left(\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta} + \frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}\right)\right\} +$$

$$+\left(\mu\frac{\omega_0^2 r^2}{2} - W_0\right)\psi = 0.$$

Punînd $\psi = \mathfrak{R}(r) Y^{j_z}_{j,l}$ am obținut următoarea ecuație pentru partea radială:

$$\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}\left(r\ \mathfrak{R}(r)\right) - \frac{l(l+1)}{r^2}\mathfrak{R}(r) - \frac{\mu^2\omega_0^2}{\hbar^2} r^2\,\mathfrak{R}(r) + \frac{2W_0\mu}{\hbar^2}\mathfrak{R}(r) = 0.$$

Făcînd substituțiile $u(r) = r\,\mathfrak{R}(r)$, $r = \lambda\rho$, unde $\lambda = \sqrt{\frac{\hbar}{\mu\omega_0}}$, se obține

$$\frac{d^2u}{d\rho^2} + \left(\frac{2W_0}{\hbar\omega_0} - \rho^2 - \frac{l(l+1)}{\rho^2}\right)u = 0.$$

Căutînd o soluție de forma

$$u = e^{-\frac{\rho^2}{2}}\,\rho^{l+1}\,F(\rho),$$

obținem următoarea ecuație pentru $F(\rho)$

$$z\frac{d^2F}{dz^2} + \left(l + \frac{3}{2} - z\right)\frac{dF}{dz} + \frac{\varepsilon - 2l - 3}{4}F = 0, \tag{4}$$

unde

$$z = \rho^2, \qquad \varepsilon = \frac{2W_0}{\hbar\omega_0}.$$

Soluția ecuației (4) este funcția hipergeometrică de tipul

$$F = F\left(\frac{2l+3-\varepsilon}{4},\ l + \frac{3}{2};\ z\right).$$

Soluția normabilă se obține pentru $\frac{2l+3-\varepsilon}{4} = -n_r$; de unde urmează

$$W_0 = \hbar\omega_0\left(N + \frac{3}{2}\right), \qquad (N = 2n_r + l).$$

Soluția regulată și normată a ecuației (1) este de forma

$$\psi_{N,j,l,j_z} = \mathfrak{R}_{N,l}(r)\,Y^{j_z}_{j,l} = A_{N,l}\,z^{\frac{l}{2}}\,e^{-z/2}\,F_{N,l}(z)\,Y^{j_z}_{j,l}(\vartheta,\varphi), \tag{5}$$

unde

$$A_{N,l} = \sqrt{\frac{2\Gamma\left(\frac{N-l}{2} + l + \frac{3}{2}\right)}{\frac{N-l}{2}!}\,\frac{\lambda^{-3/2}}{\Gamma\left(l + \frac{3}{2}\right)}},$$

Γ fiind funcția lui Euler

Utilizînd formula (1′) se poate constata că modelul adoptat dă o succesiune de nivele în acord cu experiența numai pentru primele 10 nivele și anume

$$s_{1/2};\ p_{3/2};\ p_{1/2};\ d_{5/2};\ s_{1/2},\ d_{3/2};\ f_{7/2},\ p_{3/2};\ p_{1/2},\ f_{5/2}.$$

De acest lucru ne putem convinge observînd că aceste nivele conduc la primele patru numere magice și la succesiunea lor corectă: 2, 8, 20.

Succesiunea celorlalte nivele dată de model este în contradicţie cu experienţa. Potenţialul de forma unei gropi dreptunghiulare dă succesiunea corectă a acestor din urmă nivele dar nu dă succesiunea corectă pentru primele 10. Prin urmare potenţialul mediu real din nucleu trebuie să fie un potenţial intermediar între cel oscilatoric şi cel de forma unei gropi dreptunghiulare şi care pentru nucleele mai uşoare se apropie ca formă de cel oscilatoric, iar pentru nucleele grele de cel al gropii dreptunghiulare. Acesta este de fapt potenţialul folosit în modelul păturilor a lui Mayer-Jensen şi care dă corect succesiunea a aproape tuturor nivelelor nucleare. Schema de nivele astfel obţinută oferă posibilitatea de a concepe structura diferitelor nuclee ca realizîndu-se prin completarea succesivă cu nucleoni a nivelelor aranjate în ordinea dată de schemă. În legătură cu aceasta trebuie precizat că schema nivelelor este practic aceeaşi atît pentru protoni cît şi pentru neutroni, dar că nucleonii de o anumită specie posedă propria lor schemă de nivele.

În legătură cu cuplajul nucleonilor în nucleu mai putem spune următoarele. Dacă unui nucleu format din pături complete neutronice şi protonice i se mai ataşează încă un nucleon atunci acesta se va mişca în cîmpul cu simetrie sferică creat de nucleonii care ocupă păturile complete şi momentul cinetic al nucleului astfel format , va fi egal cu momentul cinetic total j_1 al acestui nucleon. Dacă acestui nucleon i se ataşează un nou nucleon atunci acesta nu se va mai mişca într-un cîmp simetric sferic iar între momentele cinetice ale ambelor particule j_1 şi j_2 va avea loc o interacţie a cărui energie este dată de expresia

$$W_{\text{int}} = c \cdot \vec{j}_1 \vec{j}_2,$$

unde c este o constantă. Constanta c se poate determina din experienţă. Pentru cuplajul a doi neutroni $c > 0$, a doi protoni $c > 0$ şi pentru cuplajul unui proton şi a unui neutron $c < 0$. În cazul cuplajului a doi nucleoni de acelaşi fel energia va fi minimă dacă $\vec{j}_1$ şi $\vec{j}_2$ sînt antiparaleli. Aceasta rezultă din faptul că, după cum arată experienţa, toate nucleele par-pare au spinul $I = 0$ fără nici o excepţie. Tot pe această bază nucleele par-impare sau impar-pare pot fi reprezentate ca avînd structura următoare : un nucleon (neutron, dacă nucleul este par-impar sau proton dacă este impar-par) se mişcă în cîmpul cu simetrie sferică creat de cel mai apropiat nucleu par-par. Atunci starea acestui nucleon va determina momentul cinetic cît şi momentele electric şi magnetic ale întregului nucleu. Din această cauză modelului lui Mayer-Jensen i se mai spune şi modelul uni-particulă.

În ceea ce priveşte cuplajul între două particule de specii diferite vom menţiona aici doar faptul că el favorizează orientarea paralelă a spinilor deoarece cele cîteva nuclee impar-impare cunoscute au un spin diferit de zero.

Tot în legătură cu modelul, reamintim că în cele ce urmează vom lucra cu potenţialul de forma unui oscilator izotrop tridimensional, ceea ce înseamnă că formulele ce le vom obţine vor da rezultate mai bune în ceea ce priveşte vieţile medii ale stărilor excitate ale nucleelor uşoare.

III. CALCULUL ENERGIEI RADIATE

Pentru calculul energiei radiate vom utiliza metoda de studiu a radiației dată de acad. Șerban Țițeica. Așa cum am mai spus vom lucra cu radiația neseparată în cele două tipuri, electrică și magnetică. De aceea avem nevoie numai de potențialele scalar și vectorial produse la o distanță $\vec{R}$ și la momentul t de o distribuție oarecare de sarcină și curenți, expresii pe care metoda amintită le dă sub forma următoare [14], [7]

$$\mathcal{U}(\vec{R}, t) = \sum_{L=0}^{\infty} \frac{(-1)^L}{L!} \int (\vec{r}\,\nabla_R)^L \frac{\rho\left(t - \frac{R}{c}, \vec{r}\right)}{R}\, dV,$$

$$\vec{\mathcal{A}}(\vec{R}, t) = \sum_{L=0}^{\infty} \frac{(-1)^L}{L!} \int (\vec{r}\,\nabla_R)^L \frac{\vec{j}\left(t - \frac{R}{c}, \vec{r}\right)}{cR}\, dV,$$

$$[\vec{R} = \vec{R}(X, Y, Z),\ \vec{r} = \vec{r}(x, y, z)].$$

Presupunînd o variație periodică în timp a izvoarelor*), aceeași variație temporală rezultă pentru $\mathcal{U}$ și $\vec{\mathcal{A}}$ și anume

$$\mathcal{U} = u\, e^{-i\omega t} + u^*\, e^{i\omega t}; \qquad \vec{\mathcal{A}} = \vec{a}\, e^{-i\omega t} + \vec{a}^*\, e^{i\omega t}, \tag{6}$$

unde

$$u(\vec{R}) = \sum_{L=0}^{\infty} \frac{(-1)^L}{L!} \int (\vec{r}\,\nabla_R)^L \frac{\rho_0(\vec{r})\, e^{ikR}}{R}\, dV,$$

$$\vec{a}(\vec{R}) = \sum_{L=0}^{\infty} \frac{(-1)^L}{L!} \int (\vec{r}\,\nabla_R)^L \frac{\vec{j}_0(\vec{r})\, e^{ikR}}{cR}\, dV, \quad (dV = dx\, dy\, dz).$$

Lucrînd în zona undelor putem scrie

$$(\vec{r}\,\nabla_R)^L \frac{e^{ikR}}{R} \approx (ik)^L (\vec{r}\cdot\vec{u}_R) \frac{e^{ikR}}{R},$$

$$\nabla_R \times \frac{e^{ikR}}{R}\vec{\beta} \approx ik\vec{u}_R \times \frac{e^{ikR}}{R}\vec{\beta},$$

$$\nabla_R \frac{e^{ikR}}{R} \approx ik\vec{u}_R \frac{e^{ikR}}{R}.$$

*) $\rho = \rho_0\, e^{-i\omega t} + \rho_0^*\, e^{i\omega t}$, $\vec{j} = \vec{j}_0\, e^{-i\omega t} + \vec{j}_0^*\, e^{i\omega t}$; $\rho_0 = \rho_0(\vec{r})$, $\vec{j}_0 = \vec{j}_0(\vec{r})$.

În aceste expresii $\vec{u}_R$ înseamnă versorul razei vectoare $\vec{R}$, $k = \frac{\omega}{}$ $\left(\nu = \frac{\omega}{2\pi} \text{ este frecvența radiației emise}\right)$, iar $\vec{\beta}$ este un vector constant. De aici rezultă pentru intensitățile cîmpului electric $\vec{E}$ și cîmpului magnetic $\vec{H}$ expresiile următoare:

$$\vec{E} = \vec{E}_0(\vec{R})\, e^{-i\omega t} + \vec{E}_0^*(\vec{R})\, e^{i\omega t}; \quad \vec{H} = \vec{H}_0(\vec{R})\, e^{-i\omega t} + \vec{H}_0^*(\vec{R})\, e^{i\omega t}, \qquad (6')$$

în care

$$\vec{E}_0(\vec{R}) = -\operatorname{grad} u(\vec{R}) + ik\vec{a}(\vec{R}) = -iku(\vec{R})\vec{u}_R + ik\vec{a}(\vec{R}),$$

$$\vec{H}_0(\vec{R}) = \operatorname{rot} \vec{a}(\vec{R}) = ik\vec{u}_R \times \vec{a}(\vec{R}).$$

Energia radiată pe secundă, $-\frac{\overline{dW}}{dt}$, este dată de

$$-\frac{\overline{dW}}{dt} = \int_\Omega R^2 (\overline{\vec{S}\,\vec{u}_R})\, d\Omega, \qquad (d\Omega = \sin\theta d\,\theta d\Phi),$$

unde bara indică o medie în timp, iar $\vec{S}$ este vectorul lui Poynting. Se poate ușor arăta că

$$(\overline{\vec{S}\,\vec{u}_R}) = \frac{c}{4\pi}\left[(\vec{E}_0 \times \vec{H}_0^*) + \text{conj. complexă}\right] =$$

$$= \frac{ck^2}{2\pi}\left[\vec{u}_R \times \vec{a}(\vec{R})\right] \cdot \left[\vec{u}_R \times \vec{a}^*(\vec{R})\right]$$

și prin urmare energia radiată pe secundă în zona undelor este dată de expresia

$$-\frac{\overline{dW}}{dt} = \frac{ck^2}{2\pi}\int_\Omega \left[\vec{u}_R \times \vec{a}(\vec{R})\right] \cdot \left[\vec{u}_R \times \vec{a}(\vec{R})\right]^* R^2\, d\Omega. \qquad (7)$$

Ținînd seama de cele de mai sus, $\vec{a}(\vec{R})$ poate fi scris astfel *)

$$\vec{a}(\vec{R}) = \sum_{L=0}^{\infty} \frac{(-ik)^L}{L!}\, \frac{e^{ikR}}{cR} \int (\vec{r}\,\vec{u}_R)^L \left(j_R \vec{u}_R + j_\theta \vec{u}_\theta + j_\Phi \vec{u}_\Phi\right) dV, \qquad (8)$$

*) $\vec{u}_R$, $\vec{u}_\theta$ și $\vec{u}_\Phi$ sînt versorii triedrului polar atașat punctului $\vec{R}(R, \theta, \Phi)$ în care se calculează cîmpul, iar $\vec{u}_r$, $\vec{u}_\vartheta$, $\vec{u}_\varphi$ versorii polari în punctul $\vec{r}(r, \vartheta, \varphi)$.

unde expresiile lui j_R, j_θ, j_Φ în funcție de j_r, j_ϑ, j_φ se pot deduce cu ajutorul formulelor

$$\vec{u}_r \vec{u}_\theta = -\sin\theta\cos\vartheta + \sin\vartheta\cos\theta\cos(\varphi-\Phi),$$

$$\vec{u}_\vartheta \vec{u}_\theta = \cos\vartheta\cos\theta\cos(\varphi-\Phi),$$

$$\vec{u}_\varphi \vec{u}_\theta = -\cos\theta\sin(\varphi-\Phi),$$

$$\vec{u}_r \vec{u}_R = \cos\theta\cos\vartheta + \sin\theta\sin\vartheta\cos(\varphi-$$

$$\vec{u}_r \vec{u}_\Phi = \sin\vartheta\sin(\varphi-\Phi),$$

$$\vec{u}_\varphi \vec{u}_\Phi = \cos(\varphi-\Phi)$$

și au forma următoare:

$$j_R = (j_r\cos\vartheta - j_\vartheta\sin\vartheta)\cos\theta + (j_r\sin\vartheta\, e^{-i\varphi} +$$
$$+ j_\vartheta\cos\vartheta\, e^{-i\varphi} - i\, j_\varphi\, e^{-i\varphi})\frac{e^{i\Phi}}{2}\sin\theta +$$
$$+ (j_r\sin\vartheta\, e^{i\varphi} + j_\vartheta\cos\vartheta\, e^{i\varphi} + i\, j_\varphi\, e^{i\varphi})\frac{e^{-i\Phi}}{2}\sin\theta$$

$$j_\theta = -(j_r\cos\vartheta - j_\vartheta\sin\vartheta)\sin\theta + (j_r\sin\vartheta\, e^{-i\varphi} +$$
$$+ j_\vartheta\,\theta\cos\vartheta\, e^{-i\varphi} - i\, j_\varphi\, e^{-i\varphi})\frac{e^{i\Phi}}{2}\cos\theta +$$
$$+ (j_r\sin\vartheta\, e^{i\varphi} + j_\vartheta\cos\vartheta\, e^{i\varphi} + i\, j_\varphi\, e^{i\varphi})\frac{e^{-i\Phi}}{2}\cos\theta$$

$$j_\Phi = i\,(j_r\sin\vartheta\, e^{-i\varphi} + j_\vartheta\cos\vartheta\, e^{-i\varphi} - i\, j_\varphi\, e^{-i\varphi})\frac{e^{i\Phi}}{2} - i\,(j_r\sin\vartheta\, e^{i\varphi} +$$
$$+ j_\vartheta\cos\vartheta\, e^{i\varphi} + i\, j_\varphi\, e^{i\varphi})\frac{e^{-i\Phi}}{2}.$$

Considerațiile de mai sus au fost necuantice. Însă forma (6) și (6′) a potențialelor și intensităților cîmpului electromagnetic permite ușor trecerea corespondențială la mărimile cuantice corespunzătoare. Notînd cu n' ansamblul numerelor cuantice din starea inițială, cu n ansamblul numerelor cuantice ale stării finale vom avea de înlocuit pe $\hbar\omega$ prin $W_n - W_{n'}$, pe $\frac{-dW}{dt}$ prin $(W_n - W_{n'})\,A_{n,n'}$, unde $A_{n,n'}$ reprezintă probabilitatea tranziției pe unitate de timp din starea n' în starea caracterizată de n, iar densitatea de curent $\vec{j}$, care este suma vectorilor densitate de curent de sarcină și densitate de curent de spin, prin elementul de matrice

$$(\vec{j})_{n,n'} = \frac{e\hbar}{2\mu i}[\psi_n^\star\,\mathrm{grad}\;\psi - \psi_{n'}\,\mathrm{grad}\;\psi_n^\star] + \frac{e\hbar}{2\mu}\,i\,g\,(\mathrm{rot}\,\vec{M})_{n,n'}$$

unde $(\vec{M})_{n,n'} = \{\psi_n^* \vec{\sigma} \psi_{n'}\}$ g este factorul giromagnetic, iar prin $\{\ \}$ s-a notat însumarea în raport cu variabila de spin.

Mai departe observăm că energia totală radiată se compune din suma energiilor radiate de diferiți multipoli, adică:

$$-\overline{\frac{dW}{dt}} = \sum_{L=0}^{\infty}\sum_{L'=0}^{\infty}\left(-\overline{\frac{dW}{dt}}\right)^{L,L'} =$$

$$= \frac{ck^2}{4\pi}\sum_{L=0}^{\infty}\sum_{L'=0}^{\infty}\int [(\vec{u}_R \times \vec{a}^L)(\vec{u}_R \times \vec{a}^{L'})^* + \text{conj. complexă}]\, R^2\, d\Omega.$$

În virtutea lui (8) putem scrie

$$\left(-\overline{\frac{dW}{dt}}\right)^{L,L'} = \frac{ck^2}{2\pi}\frac{(-ik)^L (ik)^{L'}}{L!\,L'!}\int\left\{\int (\vec{r}_1 \vec{u}_R)^L j_0(1)\, dV_1 \int (\vec{r}_2 \vec{u}_R)^{L'} j_0^*(2)\, dV_2 + \right.$$

$$\left. + \int (\vec{r}_1 \vec{u}_R)^L j_\Phi(1)\, dV_1 \int (\vec{r}_2 \vec{u}_R)^{L'} j_\Phi^*(2)\, dV_2\right\} \cdot d\Omega.$$

Pentru produsul $(\vec{r}\,\vec{u}_R)^L$ am utilizat următoarea expresie găsită de prof. Ş. Ţiţeica

$$(\vec{r}\,\vec{u}_R)^L = 4\pi r^L \sum_{p=0}^{E\left(\frac{L}{2}\right)} \frac{L!}{p!\,2^p\,(2L-2p+1)!!}\sum_M Y_{L-2p}^M(\theta,\Phi)\quad Y_{L-2p}^{M^*}(\vartheta,\varphi), \tag{9}$$

unde $E\left(\frac{L}{2}\right)$ este cel mai mare întreg cuprins în $\frac{L}{2}$.

Cu ajutorul acestei expresii, $\left(-\overline{\frac{dW}{dt}}\right)^{L,L'}$ poate fi pus sub forma

$$\left(-\overline{\frac{dW}{dt}}\right)^{L,L'} = \frac{k^2}{2\pi c}\sum_{p=0}^{E\left(\frac{L}{2}\right)}\sum_{p'=0}^{E\left(\frac{L'}{2}\right)} S_{L,p}\, S_{L',p'}^* \sum_M\sum_{M'}\int\left\{ \mathcal{J}_{L,p,\Theta}^M \mathcal{J}_{L',p,\Theta}^{M'*} + \right.$$

$$\left. \mathcal{J}_{L,p,\Phi}^M \mathcal{J}_{L',p,\Phi}^{M'*}\right\} d\Omega, \tag{10}$$

unde

$$\mathcal{J}_{L,p,\Theta}^M = Y_{L-2p}^M(\theta,\Phi)\int_0^\infty\int_\omega r^{L+2}\, Y_{L-2p}^{M^*}(\vartheta,\varphi)\, j_\Theta\, dr\, d\omega,$$

$$S_{L,p} = \frac{4\pi(-ik)^{2L}}{2^p\, p!\,(2L-2p+1)!!}.$$

Pentru calculul explicit al lui $\left(-\overline{\frac{dW}{dt}}\right)^{L,L'}$ am făcut ipoteza simplificatoare că tranziția nucleonului se face de pe un nivel cu momentul orbital l pe un nivel s.

După diferitele stări ale nucleonului pe nivelul excitat și pe nivelul fundamental distingem următoarele patru cazuri pe care le-am studiat separat și pe care le-am notat cu α, β, γ și δ

	starea inițială $\psi_{n'}$	*starea finală* ψ_n
α)	$\mathfrak{R}_{N',l}\, Y^{j_z=m+\frac{1}{2}}_{l+\frac{1}{2},l}$, $j = l + \frac{1}{2}$	$\frac{\mathfrak{R}_{N,0}}{\sqrt{4\pi}}\xi \equiv \mathfrak{R}_{N,0}\, Y^{1/2}_{1/2,0}$
β)	$\mathfrak{R}_{N',l}\, Y^{j_z}_{l-\frac{1}{2},l}$, $j = l - \frac{1}{2}$	$\mathfrak{R}_{N,0}\, Y^{1/2}_{1/2,0}$
γ)	$\mathfrak{R}_{N',l}\, Y^{j_z}_{l+\frac{1}{2},l}$, $j = l + \frac{1}{2}$	$\frac{\mathfrak{R}_{N,0}}{\sqrt{4\pi}}\eta \equiv Y^{-1/2}_{1/2,0}\,\mathfrak{R}_{N,0}$
δ)	$\mathfrak{R}_{N',l}\, Y^{j_z}_{l-\frac{1}{2},l}$, $j = l - \frac{1}{2}$	$\mathfrak{R}_{N,0}\, Y^{-1/2}_{1/2,0}$

Studiul succesiv al acestor patru cazuri îl vom reda succint mai jos împreună cu datele ce s-au obținut.

Cazul α. Am calculat mai întîi componentele densității curentului de spin. Pentru aceasta am scris componentele vectorului $\vec{\sigma}$ în coordonate polare, astfel

$$\sigma_r = \frac{\sigma_+}{2}\sin\vartheta\, e^{-i\varphi} + \frac{\sigma_-}{2}\sin\vartheta\, e^{i\varphi} + \sigma_z\cos\vartheta,$$

$$\sigma_\vartheta = \frac{\sigma_+}{2}\cos\vartheta\, e^{-i\varphi} + \frac{\sigma_-}{2}\cos\vartheta\, e^{i\varphi} - \sigma_z\sin\vartheta,$$

$$\sigma_\varphi = -\frac{i}{2}\,\sigma_+ e^{-i\varphi} + \frac{i}{2}\,\sigma_- e^{i\varphi},$$

expresii în care $\sigma_+ = \sigma_x + i\sigma_y$ și $\sigma_- = \sigma_x - i\sigma_y$ sînt matrici care operează în felul următor asupra funcțiilor de spin

$$\sigma_+\xi = 0, \qquad \sigma_-\xi = 2\eta,$$
$$\sigma_+\eta = 2\xi, \qquad \sigma_-\eta = 0.$$

Pentru componentele densității curentului de spin $j_{sr}, j_{s\vartheta}, j_{s\varphi}$ am obținut

$$j_{sr} = -B\rho\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\, l\, Y_l^m;$$

$$j_{s\vartheta} = iB\rho\left[\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\operatorname{ctg}\vartheta\frac{\partial Y_l^m}{\partial\varphi} + \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\varphi}\, e^{-i\varphi}\right] -$$
$$- B\mu^{(+)}\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\, e^{-i\varphi}\, Y_l^{m+1},$$

$$j_{s\varphi} = iB\mu^{(+)}\left[\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\, Y_l^{m+1}\cos\vartheta\, e^{-i\varphi} - \sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\, Y_l^m\sin\vartheta\right] -$$
$$- iB\rho\left[\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta}\cos\vartheta + \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\, e^{-i\varphi}\right].$$

Componentele densităţii curentului de sarcină au forma următoare

$$j_{er} = A\mu^{(-)}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,Y_l^m;\quad j_{e\vartheta} = A\rho\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta};$$

$$j_{e\varphi} = A\rho\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\varphi}.$$

În aceste expresii A, B, ρ, $\mu^{(+)}$ şi $\mu^{(-)}$ au semnificaţia următoare

$$A = \frac{e\hbar}{2\mu i\sqrt{4\pi}};\quad B = \frac{e\hbar}{2\mu i\sqrt{4\pi}}g;\quad \rho = \frac{\Re_{N,0}\,\Re_{N',l}}{r};$$

$$\mu^{(-)} = \Re_{N,0}\frac{d\,\Re_{N',l}}{dr} - \Re_{N',l}\frac{d\,\Re_{N,0}}{dr};\quad \mu^{(+)} = \frac{d}{dr}(\Re_{N',l}\,\Re_{N,0}).$$

S-au obţinut următoarele rezultate

$$\sum_p S_{L,p}\sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\theta} = \frac{2}{2l+1}(a_L^{(+)} - a_L^{(-)})\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta} -$$

$$-\frac{2\,b_L}{l+m+1}\sqrt{(l-m)(l+m+1)}\,Y_l^{m+1}e^{-i\varphi}, \qquad (11)$$

$$\sum_p S_{L,p}\sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\Phi} = \frac{2i}{2l+1}(a_L^{(+)} - a_L^{(-)})\frac{mY_l^m}{\sin\vartheta} +$$

$$+ 2ib_L\sqrt{\frac{(2l+1)(l+m+3)}{(l+m+1)}}\,Y_{l+1}^{m+1}e^{-i\varphi}, \qquad (12)$$

unde

$$a_L^{(-)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,[A(\mathcal{J}_{\mu^{(-)},L} - l\,\mathcal{J}_{\rho,L}) - B(\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} - l\,\mathcal{J}_{\rho,L})]\,S_L^{(-)} \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,d_L^{(-)},$$

$$a_L^{(+)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}[A(\mathcal{J}_{\mu^{(-)},L} + (l+1)\,\mathcal{J}_{\rho,L}) - B(\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} + (l+1)\,\mathcal{J}_{\rho,L})]\,S_L^{(+)} \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,d_L^{(+)},$$

$$b_L = \frac{B}{2}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,(\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} - l\,\mathcal{J}_{\rho,L})\,S_L^{(-)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,b'_L,$$

în care

$$S_L^{(+)} = (L+l+2)\,\frac{4\pi\,(-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}}\,(L+l+2)!!\,\frac{L-l+1}{2}!};$$

$$S_L^{(-)} = (L-l+1)\,\frac{4\pi\,(-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}}\,(L+l+2)!!\,\frac{L-l+1}{2}!},$$

$$\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} = \int r^{L+2}\,\mu^{(+)}\,dr\,;\quad \mathcal{J}_{\mu^{(-)},L} = \int r^{L+2}\,\mu^{(-)}\,dr\,;\quad \mathcal{J}_{\rho,L} = \int r^{L+2}\,\rho\,dr.$$

Am obținut următoarele reguli de selecție $L-2p = l+1$ și $L-2p = l-1$, care se găsesc și la celelalte cazuri.

Pentru deducerea formulelor (11) și (12) cît și pentru deducerea unor expresii ulterioare de același gen am folosit următoarele relații între diferitele funcții sferice:

$$\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta} + i\,\mathrm{ctg}\,\vartheta\,\frac{\partial Y_l^m}{\partial\varphi} = Y_l^{m+1}\,e^{-i\varphi}\sqrt{(l-m)(l+m+1)},$$

$$\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta} - i\,\mathrm{ctg}\,\vartheta\,\frac{\partial Y_l^m}{\partial\varphi} = -\,Y_l^{m-1}\,e^{i\varphi}\sqrt{(l+m)(l-m+1)},$$

$$\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta}\sin\vartheta = l\,Y_{l+1}^m\sqrt{\frac{(l+m+1)(l-m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} - (l+1)\,Y_{l-1}^m\sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l-1)(2l+1)}},$$

$$Y_l^m\sin\vartheta\,e^{-i\varphi} = Y_{l+1}^{m-1}\sqrt{\frac{(l-m+1)(l-m+2)}{(2l+1)(2l+3)}} - Y_{l-1}^{m-1}\sqrt{\frac{(l+m-1)(l+m)}{(2l-1)(2l+1)}},$$

$$Y_l^m\sin\vartheta\,e^{i\varphi} = -\,Y_{l+1}^{m+1}\sqrt{\frac{l+m+1)(l+m+2)}{(2l+1)(2l+3)}} + Y_{l-1}^{m+1}\sqrt{\frac{(l-m-1)(l-m)}{(2l-1)(2l+1)}},$$

$$Y_l^m\cos\vartheta = Y_{l+1}^m\sqrt{\frac{(l+m+1)(l-m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} + Y_{l-1}^m\sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l-1)(2l+1)}},$$

$$-\frac{2}{2l+1}\frac{mY_l^m}{\sin\vartheta} = Y_{l-1}^{m-1}\,e^{i\varphi}\sqrt{\frac{(l+m-1)(l+m)}{(2l-1)(2l+1)}} + Y_{l-1}^{m+1}\,e^{-i\varphi}\sqrt{\frac{(l-m-1)(l-m)}{(2l-1)(2l+1)}} =$$

$$= Y_{l+1}^{m-1}\,e^{i\varphi}\sqrt{\frac{(l-m+1)(l-m+2)}{(2l+1)(2l+3)}} + Y_{l+1}^{m+1}\,e^{-i\varphi}\sqrt{\frac{(l+m+1)(l+m+2)}{(2l+1)(2l+3)}},$$

$$\int Y_l^m\,Y_l^{m+2\star}\,e^{2i\varphi}d\omega = -\sqrt{\frac{(l-m)(l-m-1)}{(l+m+2)(l+m+1)}}.$$

Utilizînd (11) și (12) am obținut pentru energia radiată expresia

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)^{L,L'} = \frac{k^2}{2\pi c}\left\{\frac{l+m+1}{(2l+1)^3}\,(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})\,(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^\star\,l(l+1) - \right.$$

$$-\left[(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})\,b_{L'}^{'\star} + (d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^\star\,b_L'\right]\frac{l^2+ml+l}{(2l+1)^2} +$$

$$\left. + \frac{l-m}{2l+1}\,b_L'\,b_{L'}^{'\star} + \frac{l+m+2}{2l+3}\,b_L'\,b_{L'}^{'\star}\right\}. \qquad (13)$$

Făcînd media acestei expresii în raport cu m şi ţinîndu-se seamă că $\overline{m} = -\frac{1}{2}$ obţinem

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)_{\alpha}^{L,L'} = \frac{k^2}{4\pi c}\left\{\frac{l(l+1)}{(2l+1)^2}(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^* - \right.$$

$$\left. - \frac{l}{2l+1}\left[(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})\, b_{L'}^{'*} + (d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^* b_L'\right] + 2 b_L' b_{L'}^{'*}\right\}. \quad (14)$$

Observînd că integrala $\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L}$ poate fi exprimată în funcţie de $\mathcal{J}_{\rho,L}$ în felul următor:

$$\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} = -(L+2)\,\mathcal{J}_{\rho,L},$$

Se obţin, pentru diferenţa $d_L^{(+)} - d_L^{(-)}$ şi pentru b_L' expresiile:

$$d_L^{(+)} - d_L^{(-)} = A\left[\mathcal{J}_{\mu^{(-)},L} + (L+2)\,\mathcal{J}_{\rho,L}\right](2l+1)\,\frac{4\pi(-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}}\,(L+l+2)!!\,\left(\frac{L-l+1}{2}\right)!} \equiv$$

$$\equiv A J_L (2l+1)\,\frac{4\pi(-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}}\,(L+l+2)!!\,\left(\frac{L-l+1}{2}\right)!}; \quad (15)$$

$$b_L' = -B\,\mathcal{J}_{\rho,L}(L+l+2)(L-l+1)\,\frac{4\pi(-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}}\,(L+l+2)!!\,\left(\frac{L-l+1}{2}\right)!} \equiv -$$

$$\equiv -B K_L\,\frac{4\pi(-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}}\,(L+l+2)!!\,\left(\frac{L-l+1}{2}\right)!}. \quad (16)$$

Introducînd (15) şi (16) în (14) găsim

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)_{\alpha}^{L,L'} = \frac{k^2}{4\pi c}\,\frac{16\pi^2(-1)^{\frac{L-L'}{2}}\,k^{L+L'}}{2^{\frac{L+L'}{2}}\,(L+l+2)!!\,(L'+l+2)!!\,q_L!\,q_{L'}!}\{|A|^2 l(l+1) J_L J_{L'} +$$

$$+ |A|\cdot|B|\, l\,(J_L K_{L'} + J_{L'} K_L) + 2|B|^2 K_L K_{L'}\}, \quad (17)$$

cu $q_L = \frac{L-l+1}{2}$.

Calculul bazat pe potenţialul oscilatoric presupus de modelul nuclear adoptat conduce la următoarele expresii pentru J_L şi K_L

$$J_L = \left(\frac{\hbar}{\mu\omega_0}\right)^{\frac{L-1}{2}} U_L = \lambda^{L-1} U_L; \quad K_L = \left(\frac{\hbar}{\mu\omega_0}\right)^{\frac{L-1}{2}} V_L = \lambda^{L-1} V_L, \quad (18)$$

unde

$$V_L = q_L(2q_L + 2l+1)\, C_{N,0}\, C_{N',l} \int_0^\infty z^{l+q_L-\frac{1}{2}} e^{-z} F\left(-\frac{N'-l}{2},\, l+\frac{3}{2};\, z\right) \cdot$$

$$\cdot F\left(-\frac{N}{2},\, \frac{3}{2};\, z\right) dz, \tag{19}$$

$$U_L = \frac{2q_L + 2l + 1}{2}\, C_{N,0}\, C_{N',l} \int_0^\infty z^{l+q_L-\frac{1}{2}} e^{-z} F\left(-\frac{N'-l}{2},\, l+\frac{3}{2};\, z\right),$$

$$, F\left(-\frac{N}{2},\, \frac{3}{2};\, z\right) dz +$$

$$+ \frac{N}{3}\, C_{N,0}\, C_{N',l} \int_0^\infty z^{l+q_L+\frac{1}{2}} e^{-z} F\left(-\frac{N-2}{2},\, \frac{5}{2};\, z\right) F\left(-\frac{N'-l}{2},\, l+\frac{3}{2};\, z\right) dz -$$

$$- \frac{N'-l}{2l+3}\, C_{N,0}\, C_{N',l} \int_0^\infty z^{l+q_L+\frac{1}{2}} e^{-z} F\left(-\frac{N}{2},\, \frac{3}{2};\, z\right),$$

$$, F\left(-\frac{N'-l-2}{2},\, l+\frac{5}{2};\, z\right) dz, \tag{20}$$

$$V_L = q_L\,(2q_L + 2l + 1)\, C_{N,0}\, C_{N',l} \int_0^\infty z^{l+q_L-\frac{1}{2}} e^{-z} F\left(-\frac{N'-l}{2},\, l+\frac{3}{2};\, z\right)$$

$$F\left(-\frac{N}{2},\, \frac{3}{2};\, z\right) dz. \tag{21}$$

Calculele expresiilor (19) și (20) vor apare într-o notă separată. Aici nu dăm decît rezultatele acestor calcule.

Pentru $q_L = 0$,

$V_{l-1} = 0$,

$U_{l-1} =$

$$= C_{N,0}\, C_{N',l} \left\{ \frac{2l+1}{2} \frac{\frac{N'-l}{2} \cdot \frac{N}{2}!\, \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N'+l+3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{N+3}{2}\right)} \sum_{k=\max\left(0,\, \frac{N+2}{2}-l\right)}^{\min\left(\frac{N}{2},\, \frac{N'-l}{2}\right)} (-1)^{k+\frac{N}{2}}\, C_{l-1}^{\frac{n}{2}-k} \frac{\Gamma\left(k+l+\frac{1}{2}\right)}{k!} + \right.$$

(22)

$$+ \frac{N}{3} (-1)^{\frac{N'+N-l}{2}}\, C_{l-1}^{N-N'+l-2} \frac{\frac{N-2}{2}!\, \Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N+3}{2}\right)} -$$

$$\left. - \frac{N'-l}{2l+3} \frac{\frac{N'-l-2}{2}!\, \frac{N}{2}!\, \Gamma\left(l+\frac{5}{2}\right) \Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N'+l+3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{N+3}{2}\right)} \sum_{k=\max\left(\frac{0}{N}-l\right)}^{\min\left(\frac{N}{2},\, \frac{N'-l-2}{2}\right)} (-1)^{\frac{N}{2}-k}\, C_l^{\frac{N}{2}-k} \frac{\Gamma\left(k+l+\frac{3}{2}\right)}{k!} \right\},$$

Pentru $q_L = 1$

$$V_{l+1} = (2l+3)\, C_{N,0}\, C_{N',l}\, (-1)^{\frac{N+N'-l}{2}}\, C_l^{\frac{N-N'+l}{2}}\, \frac{\frac{N}{2}!\,\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N+3}{2}\right)}, \tag{23}$$

$$U_{l+1} = C_{N,0}\, C_{N',l} \left\{ \frac{2l+3}{2} (-1)^{\frac{N+N'-l}{2}}\, C_l^{\frac{N-N'+l}{2}}\, \frac{\frac{N}{2}!\,\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N+3}{2}\right)} + \right.$$

$$+ \frac{N}{3} (-1)^{N-N'+l-2}\, \frac{\frac{N-2}{2}!\,\Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N+3}{2}\right)} \left[\frac{N'+l+3}{2}\, C_l^{N-N'+l-2} + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{N'-l}{2}\, C_l^{\frac{N-N'+l}{2}} \right] - (-1)^{\frac{N-N'+l+2}{2}}\, \frac{N'-l}{2l+3}\, C_{l+1}^{\frac{N-N'+l+2}{2}}\, \frac{\frac{N}{2}!\,\Gamma\left(l+\frac{5}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N+3}{2}\right)} \right\}. \tag{24}$$

Constantele $C_{N,0}$ şi $C_{N',l}$ sînt date de formulele următoare (a se vedea relaţia (5))

$$C_{N,0} = \lambda^{3/2} A_{N,0} = \sqrt{\frac{2\Gamma\left(\frac{N+3}{2}\right)}{\frac{N}{2}!}} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)},$$

$$C_{N',l} = \sqrt{\frac{2\Gamma\left(\frac{N'+l+3}{2}\right)}{\frac{N'-l}{2}!}}\, \frac{1}{\Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)} = \lambda^{3/2} A_{N',l}.$$

Introducînd expresiile (18) în (17) se obţine

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)_\alpha^{L,L'} = (-1)^{\frac{L-L'}{2}}\, \frac{4\pi k^{L+L'+2}}{c}\, 2^{l-1} \left(\frac{\hbar}{\mu\omega_0}\right)^{\frac{L+L'-2}{2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{\{|A|^2 l(l+1)\, U_L U_{L'} + 2|B|^2 V_L V_{L'} + l|A||B|(V_L U_{L'} + U_L V_{L'})\}}{2^{\frac{L+L'}{2}} (L+l+2)!!\,(L'+l+2)!!\, q_L!\, q_{L'}!}. \tag{25}$$

Cazul β. Prin aceleași procedee ca acelea aplicate la cazul (α) am găsit următoarele componente pentru densitatea totală de curent

$$j_r = \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,(A\mu^{(-)} + B(l+1)\rho)\,Y_l^m\,,$$

$$j_\vartheta = \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta}\,A\rho + B\rho\left[i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\varphi}\operatorname{ctg}\vartheta - i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\varphi}e^{-i\varphi}\right] +$$

$$+ B\mu^{(+)}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,Y_l^{m+1}e^{-i\varphi},$$

$$j_\varphi = \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\varphi}\frac{A\cdot\rho}{\sin\vartheta} + B\rho\left[i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\,e^{-i\varphi} - i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta}\cos\vartheta\right] -$$

$$- B\mu^{(+)}\left[i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,Y_l^m\sin\vartheta + i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,Y_l^{m+1}\cos\vartheta\,e^{-i\varphi}\right].$$

Calculînd apoi pe j_ϑ și j_Φ și introducîndu-le în expresiile din (10) am obținut cu ajutorul relațiilor dintre funcțiile sferice pe care le-am dat mai sus, următoarele rezultate

$$\sum_p S_{L,p}\sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\vartheta} = \frac{2}{2l+1}\,(\bar{a}_L^{(+)} - \bar{a}_L^{(-)})\,\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta} +$$

$$+ \frac{2}{l-m}\,\bar{b}_L\sqrt{(l-m)(l+m+1)}\,Y_l^{m+1}e^{-i\Phi}\,, \qquad (26)$$

$$\sum_p S_{L,p}\sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\Phi} = \frac{2i}{2l+1}\,(\bar{a}_L^{(+)} - \bar{a}_L^{(-)})\,\frac{mY_l^m}{\sin\vartheta} -$$

$$- \frac{2(2l+1)\,i}{l-m}\,\bar{b}_L\sqrt{\frac{(l-m-1)(l-m)}{(2l-1)(2l+1)}}\,Y_{l-1}^{m+1}e^{-i\Phi}. \qquad (27)$$

În aceste relații $\bar{a}_L^{(+)}$, $\bar{a}_L^{(-)}$ și $\bar{b}_L$ au semnificațiile următoare:

$$\bar{a}_L^{(+)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,d_L^{(+)},$$

$$\bar{a}_L^{(-)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,d_L^{(-)},$$

$$\bar{b}_L = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,B\,\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} + (l+1)\,\mathcal{J}_{\rho,L})\,S_L^{(+)} \equiv \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,\bar{b}_L',$$

unde $S_L^{(+)}$, $S_L^{(-)}$, $\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L}$; $\mathcal{J}_{\rho,L}$; $\mathcal{J}_{\mu^{(-)},L}$, $d_L^{(+)}$ și $d_L^{(-)}$ își păstrează semnificația de la cazul α.

Cu (26) şi (27) am obţinut expresia următoare pentru energia radiată

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)_{\beta}^{L,L'} = \frac{k^2}{2\pi c}\left\{\frac{l-m}{(2l+1)^3}\left(d_L^{(+)} - d_L^{(-)}\right)\left(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)}\right)^* l(l+1) + \right.$$

$$+ \frac{(l+1)(l-m)}{(2l+1)^2}\left[\left(d_L^{(+)} - d_L^{(-)}\right)\overline{b}_{L'}^{\prime *} + \left(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)}\right)^* \overline{b}_L^{\prime}\right] +$$

$$\left. + \frac{2(2l^2 - m - 1)}{(2l+1)(2l+1)}\,\overline{b}_L^{\prime}\,\overline{b}_{L'}^{\prime *}\right\}.$$

Făcînd media în raport cu m am obţinut

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)_{\beta}^{L,L'} = \frac{k^2}{4\pi c}\left\{\frac{l(l+1)}{(2l+1)^2}\left(d_L^{(+)} - d_L^{(-)}\right)\left(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)}\right)^* + \right.$$

$$\left. + \frac{l+1}{2(2l+1)}\left[\left(d_L^{(+)} - d_L^{(-)}\right)\overline{b}_{L'}^{\prime *} + \left(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)}\right)^* \overline{b}_L^{\prime}\right] + \overline{b}_L^{\prime}\,\overline{b}_{L'}^{\prime *}\right\}. \qquad (28)$$

Deoarece $d_L^{(+)}$ şi $d_L^{(-)}$ îşi păstrează aceeaşi semnificaţie ca la cazul α, diferenţa acestor două expresii conduce la acelaşi rezultat ca la α, adică

$$d_L^{(+)} - d_L^{(-)} = A J_L (2l+1) \frac{4\pi (-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}} (L+l+2)!!\, q_L!}$$

şi $\overline{b}_L^{\prime}$ este acelaşi ca $\overline{b}_L^{\prime}$ de la cazul α; în adevăr

$$\overline{b}_L^{\prime} = B\left[\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} + (l+1)\,\mathcal{J}_{\rho,L}\right](L+l+2)\frac{4\pi (-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}} (L+l+2)!!\, q_L!} =$$

$$= -B(L-l+1)(L+l+2)\,\mathcal{J}_{\rho,L}\frac{4\pi (-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}} (L+l+2)!!\, q_L!} =$$

$$= -B K_L \frac{4\pi (-ik)^L}{2^{\frac{L-l+1}{2}} (L+l+2)!!\, q_L!}.$$

Ţinînd seama de (18) obţinem următoarea expresie finală pentru energia radiată, în ipoteza că tranziţia are loc între stările cazului (β):

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)_{\beta}^{L,L'} = (-1)^{\frac{L+L'}{2}} \frac{4\pi}{c} k^{L+L'+2} 2^{l-1} \left(\frac{\hbar}{\mu\omega_0}\right)^{\frac{L+L'-2}{2}}$$

$$\frac{\left\{|A|^2 l(l+1) U_L U_{L'} + 2|B|^2 V_L V_{L'} - (l+1)|A||B|(U_L V_{L'} + U_{L'} V_L)\right\}}{2^{\frac{L+L'}{2}} (L+l+2)!!\,(L'+l+2)!!\, q_L!\, q_{L'}!}. \qquad (29)$$

Cazul γ. În acest caz componentele densității totale de curent sînt

$$j_r = \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,(A_{\mu^{(-)}} - Bl\rho)\,Y_l^{m+1},$$

$$j_\vartheta = \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\vartheta}\,A\rho + B\rho\left[i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,\frac{\partial Y_l^m}{\partial\varphi}\,e^{i\varphi} - \right.$$

$$\left. - i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\varphi}\,\operatorname{ctg}\,\vartheta\right] + B\mu^{(+)}\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,Y_l^m\,e^{i\varphi},$$

$$j_\varphi = \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\varphi}\,\frac{A\rho}{\sin\vartheta} +$$

$$+ B\rho\left[i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\vartheta}\cos - i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\,e^{i\varphi}\right] +$$

$$+ B\mu^{(+)}\left[i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,Y_l^m\cos\vartheta\,e^{i\varphi} + i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,Y_l^{m+1}\sin\vartheta\right].$$

Cu ajutorul acestora am găsit următoarele rezultate

$$\sum_p S_{L,p}\sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\vartheta} = \frac{2}{2l+1}\,(\bar{a}_L^{(+)} - \bar{a}_L^{(-)})\,\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\vartheta} +$$

$$+ \frac{2\bar{\bar{b}}_L}{l-m}\sqrt{(l-m)\,(l+m+1)}\,Y_l^m\,e^{i\Phi}, \tag{30}$$

$$\sum_p S_{L,p}\sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\Phi} = \frac{2i}{2l+1}\,(\bar{a}_L^{(+)} - \bar{a}_L^{(-)})\,\frac{(m+1)\,Y_l^{m+1}}{\sin\vartheta} +$$

$$+ \frac{2i\bar{\bar{b}}_L}{l-m}\,(2l+1)\sqrt{\frac{(l-m)\,(l-m+1)}{(2l+1)\,(2l+3)}}\,Y_{l+1}^m\,e^{i\Phi}, \tag{31}$$

în care prin $\bar{\bar{b}}_L$ s-a notat :

$$\bar{\bar{b}}_L = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,b'_L.$$

Cu ajutorul lui (30) și (31) am găsit că energia radiată este următoarea :

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)^{L,L'}_{\gamma} = \frac{k^2}{2\pi c}\left\{\frac{l-m}{(2l+1)^3}\,(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})\,(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^* - \right.$$

$$- \frac{l\,(l-m)}{(2l+1)^2}\,[(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})\,b'^*_{L'} + (d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^*\,b'_L] +$$

$$\left. + \frac{l+m+1}{2l+1}\,b'_L\,b'^*_{L'} + \frac{l-m+1}{2l+3}\,b'_L\,b'^*_{L'}\right\},$$

iar media in raport cu m

$$\left(-\overline{\frac{dW}{dt}}\right)_{\gamma}^{L,L'} = \frac{k^2}{4\pi c}\left\{\frac{l(l+1)}{(2l+1)^2}(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^* - \right.$$

$$\left. - \frac{l}{2l+1}\left[(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})\, b_{L'}^{'*} + (d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^*\, b_L'\right] + 2 b_L' b_{L'}^{'*}\right\}.$$

Diferența $d_L^{(+)} - d_L^{(-)}$ și expresia lui b_L' sînt aceleași ca și în celelalte cazuri, prin urmare

$$\left(-\overline{\frac{dW}{dt}}\right)_{\gamma}^{L,L'} = (-1)^{\frac{L-L'}{2}} \frac{4\pi}{c} k^{L+L'+2} 2^{l-1} \left(\frac{\hbar}{\mu\omega_0}\right)^{L+L'-2}$$

$$\frac{\{|A|^2 l(l+1) U_L U_{L'} + 2|B|^2 V_L V_{L'} + l|A|\cdot|B|(V_L U_{L'} + U_L V_{L'})\}}{2^{\frac{L+L'}{2}} (L+l+2)!!\,(L'+l+2)!!\, q_L!\, q_{L'}!}. \qquad (32)$$

Cazul δ. Stările între care are loc tranziția caracteristică acestui caz, conduc la următoarele componente ale densității totale de curent:

$$j_r = -\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,[A\mu^{(-)} + B(l+1)\rho]\, Y_l^{m+1},$$

$$j_\vartheta = -\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\vartheta} A\rho + B\rho\left[i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\varphi} e^{i\varphi} + \right.$$

$$\left. + i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\varphi}\operatorname{ctg}\vartheta\right] + B\mu^{(+)}\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\, Y_l^m e^{i\varphi},$$

$$j_\varphi = -\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\varphi}\frac{A\rho}{\sin\vartheta} - B\rho\left[i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^m}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\, e^{i\varphi} + \right.$$

$$\left. + i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\vartheta}\cos\vartheta\right] +$$

$$+ B\mu^{(+)}\left[i\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\, Y_l^m\cos\vartheta\, e^{i\varphi} - i\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\, Y_l^{m+1}\sin\vartheta\right].$$

Cu aceste componente am obținut

$$\sum_p S_{L,p}\sum_M \mathcal{J}_{L,p,\vartheta}^M = \frac{2}{2l+1}(a_L^{(+)} - a_L^{(-)})\frac{\partial Y_l^{m+1}}{\partial\vartheta} +$$

$$+ \frac{2b_L}{l+m+1}\sqrt{(l-m)(l+m+1)}\, Y_l^m e^{i\Phi},$$

$$\sum_p S_{L,p}\sum_M \mathcal{J}_{L,p,\Phi}^M = \frac{2i}{2l+1}(a_L^{(+)} - a_L^{(-)})\frac{(m+1)\, Y_l^{m+1}}{\sin\vartheta} +$$

$$+ \frac{2i\, b_L}{l+m+1}(2l+1)\sqrt{\frac{(l+m)(l+m+1)}{(2l-1)(2l+1)}}\, Y_{l-1}^m e^{i\Phi}$$

Energia radiată se scrie în acest caz în felul următor:

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)^{L,L'}_{\delta} = \frac{k^2}{2\pi c}\left\{\frac{l+m+1}{(2l+1)^3}(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})\, l(l+1) - \right.$$

$$- \frac{2l^3+3l^2+lm-m-1+2l^2m}{(2l-1)(2l+1)^2}\left[(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})\, b_{L'}^{'*} + \right.$$

$$\left.\left. + (d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^* b_L^{'}\right] + \frac{2(2l^2+m)}{(2l-1)(2l+1)} b_L^{'} b_{L'}^{'*}\right\}.$$

Făcînd media în raport cu m căpătăm

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)^{L,L'}_{\delta} = \frac{k^2}{4\pi c}\left\{\frac{l(l+1)}{(2l+1)^2}(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})(d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^* - \right.$$

$$\left. - \frac{l+1}{2l+1}\left[(d_L^{(+)} - d_L^{(-)})\, b_{L'}^{'*} + (d_{L'}^{(+)} - d_{L'}^{(-)})^* b_L^{'}\right] + 2 b_L^{'} b_{L'}^{'*}\right\}.$$

Calculele se conduc la fel ca mai înainte; expresia finală pentru energia radiată în timpul tranziției între două stări caracterizate prin funcții de undă ale cazului (δ) este

$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)^{L,L'}_{\delta} = (-1)^{\frac{L-L'}{2}} \frac{4\pi}{c} k^{L+L'+2} 2^{l-1}\left(\frac{\hbar}{\mu\omega_0}\right)^{\frac{L+L'-2}{2}}$$

$$\frac{\left\{|A|^2 l(l+1)\, U_L U_{L'} + 2|B|^2 V_L V_{L'} - (l+1)|A|\cdot|B|\,(V_L U_{L'} + U_L V_{L'})\right\}}{2^{\frac{L+L'}{2}}\,(L+l+2)!!\,(L'+l+2)!!\,q_L!\,q_{L'}!}. \qquad (33)$$

IV. DISCUȚII ȘI VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

Unul din primele lucruri ce le-am făcut apoi, a fost să aflăm cum se modifică radiația dacă se presupune existența unui cuplaj puternic între momentul cinetic orbital al nucleonului în nucleu și spinul său. Pentru aceasta a fost necesar să calculăm energia totală radiată în ipoteza absenței unui asemenea cuplaj. Făcînd apoi diferența dintre energia totală radiată în cazul existenței cuplajului spin-orbită și aceeași energie în cazul absenței cuplajului am obținut modificarea căutată. Dăm mai jos rezultatele obținute.

În cazul absenței cuplajului spin-orbită, putem distinge de asemenea patru moduri posibile de tranziție și anume

	starea inițială ψ_n'	*starea finală* ψ_n
$\alpha')$	$\mathfrak{R}^{(r)}_{N',l}\, Y_l^m(\vartheta,\varphi)\,\eta,$	$\mathfrak{R}^{(r)}_{N,0}\, Y_0^0\,\xi,$
$\beta')$	$\mathfrak{R}^{(r)}_{N',l}\, Y_l^m(\vartheta,\varphi)\,\xi,$	$\mathfrak{R}^{(r)}_{N,0}\, Y_0^0\,\xi,$
$\gamma')$	$\mathfrak{R}^{(r)}_{N',l}\, Y_l^m(\vartheta,\varphi)\,\eta,$	$\mathfrak{R}^{(r)}_{N,0}\, Y_0^0\,\eta,$
$\delta')$	$\mathfrak{R}^{(r)}_{N',l}\, Y_l^m(\vartheta,\varphi)\,\xi,$	$\mathfrak{R}^{(r)}_{N,0}\, Y_0^0\,\eta.$

(34)

În legătură cu părţile radiale ale acestor funcţii de undă remarcăm că ele rămîn aceleaşi ca şi în cazul prezenţei cuplajului care nu face altceva decît să modifice constanta $\varepsilon = \frac{2W_0}{\hbar\omega_0}$ din ecuaţia diferenţială (4) pentru funcţia hipergeometrică F. Dar modificarea lui ε înseamnă modificarea valorilor proprii ale energiei, ceea ce în ultima instanţă înseamnă modificarea lui W_n. Acest fapt poate avea ca urmare o modificare a energiei radiate. De acest lucru nu se poate ţine seamă însă decît în fiecare caz concret aparte. O altă modificare poate proveni din forma specială a funcţiilor de undă, modificare pe care am determinat-o.

Cazurile α' şi δ'. Am găsit următoarele componente ale densităţii de curent în cazul α' :

$$j_r = -B_\rho \left[i \frac{\partial Y_l^m}{\partial \varphi} \operatorname{ctg}\vartheta\, e^{-i\varphi} - \frac{\partial Y_l^m}{\partial \vartheta} \right] = -B\rho Y_l^{m-1} \sqrt{(l+m)(l-m+1)},$$

$$j_\vartheta = B\rho\, i \frac{\partial Y_l^m}{\partial \varphi} e^{-i\varphi} - B\mu^{(+)} Y_l^m e^{-i\varphi},$$

$$j_\theta = -B\rho\, i \frac{\partial Y_l^m}{\partial \vartheta} \sin\vartheta\, e^{-i\varphi} + B\mu^{(+)} i\, Y_l^m \cos\vartheta\, e^{-i\varphi}.$$

Cu ajutorul acestora am obţinut

$$\sum_p S_{L,p} \sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\vartheta} = -B\,(\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} - l\mathcal{J}_{\rho,L})\, Y^m e^{-i\Phi},$$

$$\sum_p S_{L,p} \sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\Phi} = i\,B(\mathcal{J}_{\mu^{(+)},L} - l\,\mathcal{J}_{\rho,L})\, Y^m \cos\vartheta\, e^{-i\Phi}.$$

Ţinînd seama că în acest caz $\overline{m} = 0$ şi $\overline{m^2} = \frac{l(l+1)}{3}$ am obţinut pentru energia radiată expresia

$$\left(-\frac{d\overline{W}}{dt}\right)^{L,L'}_{\alpha'} = (-1)^{\frac{L-L'}{2}} \frac{4\pi}{c} k^{L+L'+2} 2^{l-1} \left(\frac{\hbar}{\mu\omega_0}\right)^{\frac{L+L'-2}{2}}$$

$$\frac{\frac{4}{3}\,|B|^2\, V_L V_{L'}}{2^{\frac{L+L'}{2}}\,(L+l+2)!!\,(L'+l+2)!!\,q_L!\,q_{L'}!} = \left(-\frac{d\overline{W}}{dt}\right)^{L,L'}_{\delta'} \qquad (35)$$

La exact aceeaşi valoare a energiei conduce deci cazul δ'.

Cazurile β' şi γ'. În cazul β' pentru componentele densităţii de curent am găsit

$$j_r = Y_l^m (A\mu^{(-)} - Bm\rho),$$

$$j_\vartheta = A\rho \frac{\partial Y_l^m}{\partial \vartheta} + iB\rho \frac{\partial Y_e^m}{\partial \varphi} \operatorname{ctg}\vartheta,$$

$$j_\varphi = A\rho \frac{\partial Y^m}{\partial \varphi} \frac{1}{\sin\vartheta} - i\beta\rho \frac{\partial Y_l^m}{\partial \vartheta} \cos\vartheta - iB\mu^{(+)} Y_l^m \sin\vartheta.$$

Aceste componente conduc la forma următoare a sumelor după p și M :

$$\sum_p S_{L,p} \sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\vartheta} = \frac{2}{2l+1}\left(a_L^{(+)} - a_L^{(-1)}\right) \frac{\partial Y_l^m}{\partial \vartheta},$$

$$\sum_p S_{L,p} \sum_M \mathcal{J}^M_{L,p,\Phi} = \frac{2i}{2l+1}\left(a_L^{(+)} - a_L^{(-)}\right) \frac{mY_l^m}{\sin\vartheta} 2ib_L Y_l^m \sin\vartheta.$$

Energia radiată în acest caz cît și în cazul γ′, are forma următoare :

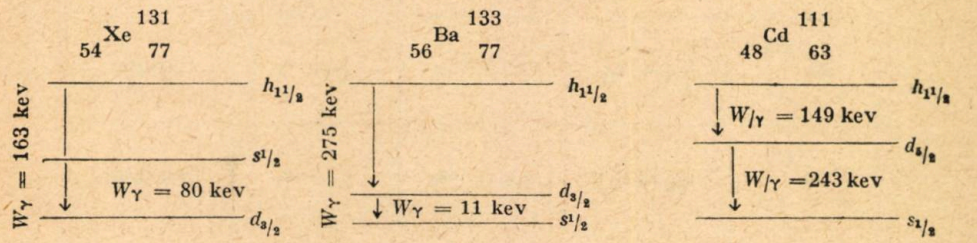
$$\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)^{L,L'}_{\beta'} = \left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)^{L,L'}_{\gamma'} = (-1)^{\frac{L-L'}{2}} \frac{4\pi}{c} k^{L+L'+2} 2^{l-1} \left(\frac{\hbar}{\mu\omega_0'}\right)^{\frac{L+L'-2}{2}}$$

$$\frac{\left\{ \cdot|^2 l(l+1)\, U_L U_{L'} + \frac{2}{3} |B|^2 V_L V_{L'} \right\}}{2^{\frac{L+L'}{2}} (L+l+2)!!\,(L'+l+2)!!\, q_L!\, q_{L'}!}.$$

Din (36) se poate conchide că în afară de modificarea lui ω_0 (fapt pentru care în (35) și (36) ω_0 este prevăzut cu accent) prezența cuplajului spin-orbită contribuie la energia totală cu un termen proporțional cu produsul $|A||B|$ și care uneori (cînd tranziția este efectuată de un proton și V_L și U_L sînt diferiți de zero) poate modifica sensibil energia radiată și viața medie.

După cum se vede din (35) cazurile α' și δ' corespund radiației numai a unui neutron și diferă cu multe ordine de mărime (după cum se vede mai jos) de radiația unui proton.

De asemenea am încercat confruntarea formulei noastre (34) cu experiența. În vederea acestui scop am lucrat cu tranzițiile radiative ale nucleelor ${}_{54}Xe^{131}_{77}$, ${}_{56}Ba^{133}_{77}$ și ${}_{48}Cd^{111}_{63}$. Dăm mai jos schemele acestor tranziții care sînt luate după lucrarea [19].



Folosind schema de nivele dată de modelul Mayer-Jensen (vezi (18)) și utilizînd formula (1′), am determinat pe ω cu ajutorul energiei de tranziție dată de experiență. Din calcule rezultă că $\hbar\omega$ variază între limitele 10^{-6}ergi(Ba) și $7\cdot10^{-6}$ergi (Cd).

Pentru calculul teoretic al timpurilor de înjumătățire ale stărilor excitate am folosit fie $\left(-\frac{\overline{dW}}{dt}\right)^{L,L'}_{\alpha+\gamma}$ pentru tranzițiile a căror nivel excitat este

$j = l + \frac{1}{2}$, fie $\left(-\frac{d\overline{W}}{dt}\right)^{L,L'}_{\beta+\delta}$ pentru tranziţiile a căror nivel excitat este $j = l - 1/2$ unde

$$\left(-\frac{d\overline{W}}{dt}\right)^{L,L'}_{\alpha+\gamma} = \left(-\frac{d\overline{W}}{dt}\right)^{L,L'}_{\alpha} + \left(-\frac{d\overline{W}}{dt}\right)^{L,L'}_{\gamma} = (-1)^{\frac{L-L'}{2}} \frac{4\pi k^{L+L'+2}}{c} 2^l \lambda^{L+L'-2}$$

$$\frac{\{|A|^2 l(l+1) U_L U_{L'} + 2|B|^2 V_L V_{L'} + l|A||B|(V_{L'} U_L + U_{L'} V_L)\}}{2^{\frac{L+L'}{2}} (L+l+2)!!(L'+l+2)!! q_L! q_{L'}!}$$

$$\left(-\frac{d\overline{W}}{dt}\right)^{L,L'}_{\beta+\delta} = (-1)^{\frac{L-L'}{2}} \frac{4\pi}{c} k^{L+L'+2} 2^l \lambda^{L+L'-2}$$

$$\frac{\{|A|^2 l(l+1) U_L U_{L'} + 2|B|^2 V_L V_{L'} - (l+1)|A||B| V_L U_{L'} + V_{L'} U_L)\}}{2^{\frac{L+L'}{2}} (L+l+2)!!(L'+l+2)!! q_L! q_{L'}!}.$$

Conform modelului, tranziţiile $s_{1/2} \to d_{3/2}$ (Xe), $d_{3/2} \to s_{1/2}$ (Ba) şi $d_{5/2} \to s_{1/2}$ (Cd) trebuie să fie efectuate de particula impară, adică de un neutron. Pentru un neutron $A = 0$ şi $B \neq 0$ adică radiaţia provine numai din existenţa momentului magnetic propriu. Rezultatele sînt în netă contrazicere cu experienţa după cum se vede în tabloul de mai jos.

Dacă dimpotrivă presupunem că radiaţia este provocată de tranziţia unui proton valorile teoretice ale timpurilor de înjumătăţire sînt mult mai apropiate de valorile experimentale.

Tablou

Timpurile de înjumătăţire ale stărilor excitate intermediare

Nucleul	Tranziţiile	$T_{1/2}$ teoretic (proton)	$T_{1/2}$ exp.	$T_{1/2}$ teoretic (neutron)
$^{131}_{54}Xe_{77}$	$s_{1/2} \to d_{3/2}$	$1{,}8.10^{-11}$s	5.10^{-10}s	1^{20}s
$^{133}_{56}Ba_{77}$	$d_{3/2} \to s_{1/2}$	8.10^{-9} s	5.10^{-9}s	2.10^{10}s
$^{111}_{48}Cd_{63}$	$d_{5/2} \to s_{1/2}$	$3{,}2.10^{-12}$s	9.10^{-8}s	$2{,}8.10^{3}$s

Acest fapt sugerează ideea unei corectări a modelului în sensul existenţei unor curenţi de schimb între neutronul radiant şi restul nucleului, adică ca şi cum neutronul nu ar fi neutru din punct de vedere electric în întregul interval de timp cît durează tranziţia. Este de subliniat faptul că modificarea adusă modelului va trebui să ţină seama atît de nivelele ocupate cu protoni cît şi de cele ocupate cu neutroni; cu alte cuvinte separarea absolută a nivelelor protonice şi neutronice, bună pentru a

determina numerele magice, spinii și momentele magnetice, nu este suficientă pentru calculul vieților medii ale stărilor nucleare excitate ce se dezactivează prin tranziții radiative.

Calcule prealabile efectuate cu ajutorul formulelor noastre au arătat că pentru tranzițiile $h_{11/2} \to d_{3/2}$ (Xe), $h_{11/2} \to d_{3/2}$(Ba) și $h_{11/2} \to d_{5/2}$(Cd) se obțin timpuri de înjumătățire teoretice în acord cu cele experimentale dacă aceste tranziții sînt efectuate de un neutron adică așa cum cere modelul.

Într-o lucrare ulterioară vom calcula viețile medii ale stărilor nucleare excitate fără ipoteza simplificatoare că tranziția are loc pe un nivel, sau de pe un nivel s și vom încerca să ținem de asemenea seama, într-un mod oarecare, de curenții de schimb.

În încheiere, ținem să mulțumim acad. Șerban Țițeica pentru sprijinul acordat prin îndrumări și discuții.

Catedra de fizică statistică și mecanică cuantică a Facultății de matematică și fizică din București și Secția de fizică teoretică a Institutului de Fizică Atomică al Academiei R.P.R.

γ ИЗЛУЧЕНИЕ В МОДЕЛИ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Вычисляются времена полураспада для γ излучений, при помощи разложения излучений на электромагнитные мультиполи по методу проф. Цицейка. Рассчеты проводились на основе модели ядерных оболочек Майера-Иензена, с потенциалом в виде трехмерного изотропного осциллятора.

Выводятся точные формулы для переходов, где одно из состояний является „s" состоянием.

Действие спин—орбитальной связи на излучение то же расчитано.

Теоретические результаты были сопоставлены с экспериментальными данными для переходов:

$$\left({}_{54}Xe_{77}^{13'}\right) s_{1/2} \to d_{3/2}\,; \quad \left({}_{56}Ba_{77}^{133}\right) d_{3/2} \to s_{1/2}\,; \quad \left({}_{48}Cd_{63}^{111}\right) d_{5/2} \to s_{1/2}\,.$$

Чтобы согласовать теоретические данные с экспериментом, необходимо в некоторой степени улучшать используемую модель, учитывая обмен элекрического заряда между протонами и нейтронами, составляющими ядро.

THE γ EMISSION ON THE BASIS OF THE NUCLEAR SHELL-MODEL

(ABSTRACT)

The half-lives for γ radiation of the excited nuclear states are calculated, on the basis of Prof. Tzitzeica's method for multipolar radiation. The nuclear model in use was Mayer-Jensen's variant for the shell-model with a potential of the form of a tridimensional isotropic oscillator.

The calculations were done for transitions in which one of the states is a s state.

The contribution to the radiation of the spin-orbit coupling was also evaluated.

The theoretical results were confronted with experimental data in. the of $({}_{54}\mathrm{Xe}^{13'}_{77})\, s_{1/2} \to d_{3/2}$; $({}_{56}\mathrm{Ba}^{133}_{77})\, d_{3/2} \to s_{1/2}$; $({}_{48}\mathrm{Cd}^{111}_{63})\, d_{3/2} \to s_{1/2}$ transitionsy The confrontation suggests the necessity of improving the model b- introducing charge exchanges between the neutrons and protons con stituting the nucleus.

BIBLIOGRAFIE

1. C. F. Weizsäcker, Naturwis., 1936, t. 24, p. 813.
2. H. A. Bethe, Rev. of Modern Phys., 1937, t. 9, p. 220.
3. M. Fierz, Helv. Phys. Acta, 1943, t. 16, p. 365.
4. A. Berthelot, Ann. de Physique, 1944, t. 19, p. 219.
5. J. Frenkel, Journal of Physics, 1940, t. 2, p. 259.
6. S. Flügge, Phys. Zeits., 1941, t. 42, p. 221.
7. Ch. Iussim, Revista Univ. „C. I. Parhon" şi Politehnicii, 1955, t. 9, p. 59.
8. J. M. Blatt i V. F. Weisskopf, Teoreticeskaia iadernaia fizika. I.I.L., Moscova, 1954, cap. XII.
9. M. Korsunski, *Izomeria atomnîh iader.* Gosudarstvenoe Izdatelstvo Tehniko-Teoreticeskoi Literaturi, Moscova, 1954.
10. V. F. Weisskopf, Phys. Rev., 1951, t. 83, p. 1073.
11. S. A. Moszkowski, Phys. Rev., 1951, t. 83, p. 1071.
12. M. Goldhaber, A. W. Sunyar, Phys. Rev., 1951, t. 83, p. 906.
13. B. Stech, Zeits. Naturforsch., 1952, t. 7 a, p. 701.
14. Ş. Ţiţeica, Studii şi cercetări de fizică, t. I, 1950, p. 51.
15. M. G. Mayer, Phys. Rev., 1948, t. 74, p. 235; 1949, t. 75, p. 1968; 1950, t. 78, p. 16 şi 22.
16. J. Jensen, O. Haxel a. H. E. Suess, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1766.
17. W. M. Elsasser, Journ. Phys. Rad., 1933, t. 4, p. 549; 1950, t. 5, p. 389 şi 635.
18. W. Heisenberg, *Teoria atomnovo iadra.* I.I.L., Moscova, 1953.
19. M. Goldhaber a. R. D. Hill, Rev. Mod. Phys., 1952, t. 24, p. 3.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 4, 1956

IZOMERIA NUCLEARĂ ŞI SPECTRELE ATOMICE (I)*)

DE

R. WEINER

INTRODUCERE

Se ştie că abaterea de la cîmpul coulombian datorită dimensiunilor finite ale nucleelor atomice se manifestă între altele şi în spectrele atomice — prin deplasarea izotopică a liniilor spectrale. În lucrarea de faţă se demonstrează, pe baza modelului păturilor, că abaterea de la caracterul coulombian al cîmpului electric al nucleelor atomice duce şi la un alt fenomen de deplasare a liniilor spectrale — datorită izomeriei nucleare. Acest fenomen nu a fost detectat încă pînă în prezent pe cale experimentală. El va putea furniza eventual date importante asupra structurii nucleelor atomice, dînd posibilitatea unei verificări pe cale spectroscopică a modelului nuclear al păturilor. În afară de aceasta acest fenomen va trebui să se manifeste şi în celelalte efecte în care joacă un rol dimensiunile finite ale nucleului cum ar fi difuzia de electroni pe nuclee şi formarea de perechi mezonice μ şi spectrele mezoatomilor μ.

Fenomenul de izomerie nucleară este astăzi explicat în trăsăturile sale fundamentale de modelul păturilor ([1], [2]) care descrie stările energetice ale nucleelor cu ajutorul funcţiilor de undă ale nucleonilor în analogie cu modelul în pături al atomului. Deoarece potenţialul electric φ creat de nucleu este determinat de distribuţia sarcinii nucleare (protonice) ρ, iar aceasta la rîndul ei, diferă conform cu cele de mai sus de la o stare energetică a nucleului la alta, rezultă că şi φ depinde de starea energetică a nucleului. În nota de faţă ne vom ocupa de nucleele impar-pare (număr impar de protoni şi număr par de neutroni) la care efectul amintit se datoreşte interacţiei electronilor optici cu protonul *optic* şi ne vom rezuma la atomi cu un singur electron optic.

Problema nucleelor par-impare (număr par de protoni şi impar de neutroni) la care efectul de deplasare este datorit interacţiei electron-neutron, urmează să fie abordată într-o notă ulterioară. De asemenea, urmează să fie cercetate influenţele izomeriei nucleare asupra secţiunii eficace de difuzie a electronilor pe nuclee şi asupra spectrelor mezoatomilor μ.

---

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 13 iunie 1956.

Modelul nuclear

Vom lucra cu potențialul oscilatorului, scriind hamiltonianul sub forma:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2\mu} + U(r) - \lambda \frac{\vec{s}}{\mu c}\left(\text{grad } U \times \frac{\vec{p}}{\mu c}\right), \tag{1}$$

unde μ este masa nucleului, $\vec{s}$ operatorul spinului, λ o constantă de cuplaj, iar celelalte simboluri au semnificația obișnuită. Notînd cu $\vec{l}$ momentul cinetic orbital și punînd $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ = momentul cinetic total, ecuația Schrödinger, se scrie

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta + U - \frac{a_l}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right]\psi = E\,\psi, \tag{2}$$

unde

$$a_l = \frac{\lambda}{(\mu c)^2}\vec{s}\,\vec{l} = \frac{\lambda}{2}\left(\frac{\hbar}{\mu c}\right)^2 \begin{cases} +l & \text{pentru } j = l + \frac{1}{2} \\ -l-1 & \text{pentru } j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

(sistemul complet de mărimi este H, j^2, j_z, l^2).

Pentru scopul care ne interesează este indicat de a separa ecuația (2) în coordonate sferice. Punînd

$$U(r) = -U_0 + \frac{\mu}{2}\omega^2 r^2, \tag{3}$$

unde U_0 este o constantă, partea radială $R(r)$ a funcției de undă satisface ecuația

$$\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}(rR) - \frac{l(l+1)}{r^2}R - \frac{\mu^2\omega^2}{\hbar^2}r^2 R + \frac{2E_0\mu}{\hbar^2}R = 0, \tag{4}$$

unde

$$E_0 = E + U_0 + a_l\,\mu\,\omega^2, \tag{5}$$

iar partea unghiulară este după cum se știe din cazul atomului un spinor cu componentele

$$\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,Y_e^m,\quad \sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,Y_e^{m+1} \text{ pentru } j = l + \frac{1}{2},\ j_z = m - \frac{1}{2},$$

$$\sqrt{\frac{l-m}{2l+1}}\,Y_e^m,\quad -\sqrt{\frac{l+m+1}{2l+1}}\,Y_e^{m+1} \text{ pentru } j = l - \frac{1}{2},\ j_z = m + \frac{1}{2}, \tag{6}$$

unde $Y_e^m(\theta, \varphi)$ sînt funcțiile sferice normate la 1.

Ecuația (4) are ca soluție funcția hipergeometrică confluentă [3] *)

$$R_{n_r l} = r_0^{-\frac{2l+3}{2}} \left(\frac{2}{n_r!\, 2^{2n_r} \left(n_r + l + \frac{3}{2} \right)} \right)^{\frac{1}{2}} r^{-(l+1)}\, e^{\frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^{n_r} \cdot$$

$$\cdot \left(e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2} r^{2n_r+l+1} \right),$$

unde

$$n_r = \frac{n-l}{2},$$

n fiind numărul cuantic principal legat de E_0 prin relația

$$E_0 = 1\, \hbar\omega \left(n + \frac{3}{2} \right),$$

iar $r_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{\mu\omega}}$.

Deplasarea nivelelor atomice datorită izomeriei nucleare

Din modelul păturilor se știe că în analogie cu atomul starea energetică a nucleului este descrisă de funcțiile de undă individuale ale nucleonilor considerați sub acțiunea aceluiași potențial. De aici rezultă — între altele — că ρ dat de (9) depinde și de starea energetică a nucleului. *Tocmai aceasta explică comportarea diferită în ceea ce privește cîmpul electric nuclear, a atomilor în stări izomere diferite.*

În cele ce urmează ne vom rezuma numai la interacția electromagnetică dintre electroni și protoni, neglijînd interacția mezonică, care este în orice caz mult mai slabă. În partea a II-a a acestei lucrări în cadrul calculului deplasării datorită interacției electron-neutron se va determina și ordinul de mărime al acestei corecții.

Deplasarea δE a nivelului atomic, datorită abaterii cîmpului electric nuclear de la forma coulombiană, este în prima aproximație a teoriei perturbațiilor din mecanica cuantică

$$\delta E = \int \left(\frac{Ze^2}{r} - e\varphi \right) |\, \psi_e \,|^2\, d\tau, \tag{7}$$

unde Z este numărul atomic, φ potențialul electric necoulombian al nucleului și ψ_e funcțiunea de undă neperturbată a electronului optic (corespunzătoare potențialului coulombian).

Dacă considerăm acum două stări izomere diferite caracterizate prin distribuțiile ρ_1 și ρ_2, acestor stări diferite le vor corespunde potențiale diferite φ_1 și φ_2 deci deplasări δE diferite. Diferența deplasărilor va fi

$$\Delta E = \delta E_1 - \delta E_2 = -e \int (\varphi_1 - \varphi_2) |\, \psi_e^2 \,|\, d\tau. \tag{8}$$

*) Mulțumesc cu această ocazie autorilor pentru faptul că mi-au pus la dispoziție calculele lor înainte de publicare, precum și pentru amplele discuții purtate, în legătură cu această lucrare.

Dat fiind că diferența $\varphi_2 - \varphi_1$ este sensibil diferită de zero numai în regiunea nucleului este clar că la ΔE vor contribui apreciabil numai electronii optici care ajung în regiunea nucleului și aceștia sînt în primul rînd electronii s, la considerarea cărora ne vom rezuma în cele ce urmează. Dat fiind simetria radială a stării s, (8) devine

$$\Delta E = -e \int_0^\infty |\psi_e|^2 \, r^2 \, dr \int (\varphi_1 - \varphi_2) d\Omega, \tag{9}$$

unde $d\Omega$ este elementul de unghi solid. Se vede deci că în rezultat apare media lui $\varphi_1 - \varphi_2$ după unghiuri. Aceasta ne permite să mediăm de la bun început pe ρ după unghiuri. În acest caz avem

$$\Delta E = -4\pi e \int_0^\infty |\psi_e|^2 (\varphi_1 - \varphi_2) \, r^2 \, dr. \tag{10}$$

Este de subliniat că această simplificare este valabilă numai în cazul electronilor cu simetrie radială cum sînt electronii s și $p_{\frac{1}{2}}$ în teoria lui Dirac.

În ceea ce privește densitatea electronică $|\psi_e|^2$ ea a fost calculată [4], la efectul de deplasare izotopică din ecuația lui Dirac, pentru electronii s. Expresia ei este*)

$$|\psi_e|^2 = \frac{2(1+\gamma)\psi_s^2(0)}{\Gamma^2(2\gamma+1)} \left(\frac{2Z}{a_0}\right)^{2\gamma-2} r^{2\gamma-2}, \tag{11}$$

cu $\gamma = \sqrt{1-\alpha^2 Z^2}$, unde α este constanta structurii fine, și a_0 raza primei orbite Bohr, iar $\psi_s(0)$ este valoarea funcției de undă Schrödinger a electronului s în origine (menționăm că atît ψ_e cît și ψ_s (0) sînt funcțiile de undă neperturbate, adică cele corespunzînd potențialului coulombian). Pentru $\gamma \sim 1$, adică pentru elemente ușoare $\psi_e^2 \to \psi_s^2(0)$. Însă deja la elementele mijlocii pe care le vom considera corecțiile relativiste, devin apreciabile.

Diferența $\varphi_1 - \varphi_2$ este soluția ecuației Poisson cu densitatea de sarcină $\rho_1 - \rho_2$ așa cum rezultă din caracterul liniar al acestei ecuații. Însă dat fiind că ne ocupăm de nuclee izomere, care diferă prin starea unui singur proton, se vede că în $\rho_1 - \rho_2$ vor rămîne numai termenii corespunzînd protonului optic. Expresia lui $\varphi_1 - \varphi_2$ în funcție de $\rho_1 - \rho_2$ este după cum se știe

$$\varphi_1 - \varphi_2 = e \int \frac{(\rho_1 - \rho_2)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' \,. \tag{12}$$

Vom considera nucleele impar-pare din pătura a IV-a în stările $1g_{\frac{9}{2}}$ și $2p_{\frac{1}{2}}$ și în particular cazul indiului la care starea fundamentală este $1g_{\frac{9}{2}}$ și cea metastabilă $2g_{\frac{1}{2}}$. Ne-am oprit asupra acestui element, deoarece spectrul său de structură hiperfină este cunoscut [5] și deci putem deter-

*) Această expresie valabilă pentru regiunea nucleului, a putut fi folosită pentru întreg spațiul datorită scăderii rapide a lui $\varphi_1 - \varphi_2$ în afara nucleului.

mina cu o precizie destul de mare pe $\psi_s^2(0)$, și în afară de aceasta pentru că izotopul 115 care reprezintă circa 95% din amestecul natural de izotopi de indiu are un timp de înjumătățire în starea metastabilă de 4,5 ore, deci suficient pentru o verificare experimentală.

Stării $g_{\frac{9}{2}}$ îi corespund numerele cuantice $n = 4$, $l = 4$, $n_r = 0$, iar stării $p_{\frac{1}{2}}$ numerele cuantice $n = 3$, $l = 1$, $n_r = 1$. Aici se remarcă încrucișarea caracteristică pentru izomeria nucleară a nivelelor nucleare. Densitățile ρ respective mediate după unghiuri și normate la 1 sînt

— starea metastabilă

$$\rho_1 = \frac{1}{15\pi\sqrt{\pi}} e^{-y^2} (4y^6 - 20y^4 + 25y^2), \tag{13}$$

— starea fundamentală

$$\rho_2 = \frac{16}{945\pi\sqrt{\pi}} e^{-y^2} y^8, \tag{14}$$

unde

$$y = r/r_0.$$

Înainte de a înlocui aceste expresii în (12) vom efectua în (12) integrarea după unghiuri. Ținînd seama că

$$\int \rho_1 \, d\tau = \int \rho_2 \, d\tau = 1$$

și deci că

$$\int \rho_{12} \, d\tau = 0,$$

unde $\rho_{12} = \rho_1 - \rho_2$, obținem din (12)

$$\varphi_{12}(y) = 4\pi e \left[\int_y^\infty \rho_{12} \, y' \, dy' - \frac{1}{y} \int_y^\infty \rho_{12} \, y'^2 \, dy' \right], \tag{15}$$

unde $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$. Ținînd seama de forma lui ρ_{12}, este mai indicat de a lăsa (15) sub forma integrală de mai sus și de a prelucra în prealabil expresia (10), în care introducem pe ψ_e^2 din (11) și φ_{12} din (15). Avem

$$\Delta E = -\frac{32\pi^2 e^2 (1+\gamma) \psi_s^2(0)}{\Gamma^2(2\gamma+1)} \left(\frac{2Z}{a_0}\right)^{2\gamma-2} r_0^{2\gamma} \cdot \tag{16}$$

$$\cdot \int_0^\infty y^{2\gamma} dy \left[\int_y^\infty \rho_{12} \, y' \, dy' - \frac{1}{y} \int_y^\infty \rho_{12} \, y'^2 \, dy' \right].$$

Integrînd prin părți avem

$$\int_0^\infty y^{2\gamma}\,dy \int_y^\infty \rho_{12}\,y'\,dy' = \frac{y^{2\gamma+1}}{2\gamma+1}\int_y^\infty \rho_{12}\,y'\,dy'\Big|_0^\infty + \\ + \frac{1}{2\gamma+1}\int_0^\infty \rho_{12}\,y^{2\gamma+2}\,dy = \frac{1}{2\gamma+1}\int_0^\infty \rho_{12}\,y^{2\gamma+2}\,dy;$$

$$\int y^{2\gamma-1}\,dy \int_y^\infty \rho_{12}\,y'^2\,dy' = \frac{y^{2\gamma}}{2\gamma}\int_y^\infty \rho_{12}\,y'^2\,dy'\Big|_0^\infty + \\ + \frac{1}{2\gamma}\int_0^\infty \rho_{12}\,y^{2\gamma+2}\,dy = \frac{1}{2\gamma}\int_0^\infty \rho_{12}\,y^{2\gamma+2}\,dy,$$

deoarece

$$\lim_{y\to\infty} y^{2\gamma+1}\int_y^\infty \rho_{12}\,y'\,dy' = \lim_{y\to\infty} y^{2\gamma}\int_y^\infty \rho_{12}\,y'^2\,dy' = 0,$$

datorită factorului e^{-y^2} din ρ_{12}.

Formula (16) devine astfel

$$\Delta E = \frac{16\,\pi^2 e^2 (1+\gamma)\,\psi_s^2(0)}{\Gamma^2(2\gamma+1)\cdot\gamma(2\gamma+1)}\left(\frac{2Z}{a_0}\right)^{2\gamma-2} r_0^{2\gamma}\int_0^\infty \rho_{12}\,y^{2\gamma+2}\,dy. \qquad (17)$$

Integrala din (17) se reduce la o sumă de funcții Γ pe care le luăm din tabele. Pentru efectuarea calculelor numerice mai este necesară determinarea lui r_0 și $\psi_s^2(0)$. Aceasta vom face în cele ce urmează.

Pentru determinarea lui r_0 există două căi. Prima se bazează pe relația (5) unde folosim valorile empirice pentru λ și pentru energia de tranziție de la starea metastabilă la starea fundamentală. Rezultatele care se obțin pentru $\hbar\,\omega$ punînd $\lambda = 20$, ΔE = energie de tranziție = 335 keV, sînt

$$(\hbar\,\omega)_1 = 14{,}7 \text{ MeV}, \qquad (\hbar\,\omega)_2 = 0{,}29 \text{ MeV}.$$

Nici una din aceste valori nu este în concordanță cu valoarea medie de 5 MeV care este de așteptat, ținînd seama de datele empirice din spectroscopia nucleară[6]. Aceasta nu este de altfel surprinzător, deoarece modelul folosit în varianta oscilatorului nu dă, după cum se știe, valori E corecte pentru nivelele de energie ci numai ordinea corectă a nivelelor.

De aceea vom recurge la o a doua metodă de determinare a lui $\hbar\omega$ respectiv r_0 care este de altfel cea mai des utilizată.

Vom calcula funcția de densitate nucleară totală ρ_t care conține atît protonii cît și neutronii și vom identifica valoarea $r/r_0 = y$ pentru care scăderea lui ρ_t este maximă cu raza nucleului R calculată după formula $R = R_0\,A^{\frac{1}{3}}$, unde pentru R_0 am luat valoarea de $1{,}2\cdot 10^{-13}$ cm, ținînd seama de datele noi obținute în experiențele cu mezoatomii μ. Pentru calculul lui ρ_t folosim configurația indicată de modelul păturilor (tabloul nr. 1).

Remarcăm că de fapt r_0 diferă de la starea fundamentală la cea metastabilă, însă, această diferență este practic neglijabilă, așa cum o și

cere modelul care descrie diversele stări ale nucleului prin intermediul *unui aceluiași potențial.*

Tabloul nr. 1

Pătura (n)	n	Termenul	Numere de ocupare pentru protoni	Numere de ocupare pentru neutroni
0	0	$1s_{\frac{1}{2}}$	2	2
1	0	$1p_{\frac{3}{2}}$	4	4
	0	$1p_{\frac{1}{2}}$	2	2
2	0	$1d_{\frac{5}{2}}$	6	6
	0	$1d_{\frac{3}{2}}$	4	4
	1	$2s_{\frac{1}{2}}$	2	2
3	0	$1f_{\frac{7}{2}}$	8	8
	0	$1f_{\frac{5}{2}}$	6	6
	1	$2p_{\frac{3}{2}}$	4	4
	1	$2p_{\frac{1}{2}}$	2	2
4	0	$1g_{\frac{9}{2}}$	9	10
	0	$1g_{\frac{7}{2}}$	0	8
	1	$2d_{\frac{5}{2}}$	0	6
	1	$2d_{\frac{3}{2}}$	0	2

După o serie de calcule obținem pentru ρ_t expresia aproximativă, dar suficientă pentru precizia pe care o urmărim

$$\rho_t \sim \frac{e^{-y^2}}{4\pi\sqrt{\pi}}(4{,}3\,y^8 + 4{,}3\,y^6 - 2{,}1y^4 + 80y^2 + 40). \qquad (18)$$

Rădăcina ecuației $\frac{d^2 \rho_t}{dy^2} = 0$, care corespunde minimului absolut al lui $\frac{d\rho_t}{dy}$ este

$$y_0 \sim 2{,}3 = R/r_0.$$

Punînd : $R = 1{,}2 \sqrt[3]{115.}\ 10^{-13}$ cm $= 5{,}83\ 10^{-13}$ cm,

obținem

$$r_0 \sim 2{,}5\ 10^{-13} \text{ cm},$$

ceea ce corespunde la $\hbar\omega \sim 6$ MeV, în bună concordanță cu valoarea medie.

În ceea ce privește determinarea lui $\psi_s^2(0)$ se știe din teoria spectrelor atomilor nehidrogenoizi cu un electron optic s că [7].

$$\psi_s^2(0) = \frac{1}{\pi a_0^3} \frac{Z Z_a^2}{n_a^3} \left(1 - \frac{d\sigma}{dn}\right), \tag{19}$$

unde Z este sarcina nucleului, Z_a o sarcină efectivă care ține seama de ecranare și care pentru atomii neutri este 1, pentru atomii o dată ionizați este 2 etc., n_a numărul cuantic efectiv și $\left(1 - \frac{d\sigma}{dn}\right)$ corecția Rydberg.

Pe de altă parte, structura hiperfină a liniilor spectrale, este caracterizată la termenii s, prin constanta de descompunere a_s dată de formula [7],

$$a_s = \frac{8}{3} \frac{hc\ R\alpha^2 Z Z_a^2}{n_a^3\ 1836} g_I \left(1 - \frac{d\sigma}{dn}\right) \chi(j, Z), \tag{20}$$

unde R este constanta Rydberg, g_I factorul Landé al nucleului, dat de relația

$$\mu_I = g_I\, \mathrm{I}, \tag{21}$$

unde μ_I respectiv I sînt momentul magnetic respectiv momentul mecanic al nucleului, iar χ este corecția relativistă dată de formula

$$\chi = \frac{4j(j+1)\left(j + \frac{1}{2}\right)}{(4\bar{\gamma}^2 - 1)\bar{\gamma}},$$

cu

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\left(j + \frac{1}{2}\right)^2 - \alpha^2 Z^2}$$

(uneori această corecție se introduce în $\psi_s^2(0)$, dar în cazul nostru, dat fiind că am folosit expresia (11) care conține deja corecțiile relativiste, $\psi_s^2(0)$ are forma (19)).

Din formulele de mai sus rezultă după niște calcule simple

$$\psi_s^2(0) = \frac{1836}{15{,}5\pi} \frac{a_s I}{\mu_I a_0^3 \chi},$$

unde a_s exprimat în cm^{-1}, iar μ_I în magnetoni Bohr. După cum am spus, vom studia cazul indiului şi anume atomul $^{115}_{49}$In III. Structura hiperfină a indiului a fost studiată de F. Paschen şi I. L. Campbell [5] în stările de ionizare I, II, şi III. Pentru In III care este un atom cu un singur electron optic s cu starea fundamentală $^2S_{\frac{1}{2}}$, s-a găsit $a_s = 0{,}7072$ cm^{-1}. μ_I determinat din structura hiperfină a In III este 5,5, iar $I = \frac{9}{2}$.

Folosind aceste valori obţinem

$$\psi_s^2(0) = 1{,}3 \cdot 10^{26} cm^{-3}.$$

Să revenim acum la formula (17). Efectuînd integrala, obţinem

$$\int_0^\infty \rho_{12} y^{2\gamma+2}\, dy = -\frac{\gamma}{945\pi\sqrt{\pi}}\Gamma\left(\gamma+\frac{11}{2}\right)+\frac{2}{15\pi\sqrt{\pi}}\Gamma\left(\gamma+\frac{9}{2}\right)-$$

$$-\frac{2\Gamma\left(\gamma+\frac{7}{2}\right)}{3\pi\sqrt{\pi}}+\frac{5\Gamma\left(\gamma+\frac{5}{2}\right)}{6\pi\sqrt{\pi}}.$$

În cazul nostru $\gamma = 0{,}93$. Folosind valorile pentru r_0 şi $\psi_s^2(0)$ de mai sus obţinem, după efectuarea calculelor numerice

$$\boxed{\Delta E \sim -5{,}10^{-2}\ cm^{-1}.} \qquad (22)$$

Rezultatul de mai sus arată că nivelul fundamental al atomului cu nucleul în stare excitată este deplasat cu $\sim -5.10^{-2}$ cm^{-1} faţă de nivelul aceluiaşi atom cu nucleul în stare neexcitată.

Remarcăm că semnul deplasării este dat de integrala $\int_0^\infty \rho_{12} y^{2\gamma+2}\, dy$ care în cazul nostru este negativă şi are valoarea 0,07, iar în cazul nerelativist ($\gamma = 1$) $\int_0^\infty \rho_{12} y^4\, dy = -\frac{1}{4\pi}$. Expresia nerelativistă arată că la nucleele izomere din aceeaşi grupă cu indiul, la care însă starea fundamentală este $2p_{\frac{1}{2}}$ şi starea metastabilă $1g_{\frac{9}{2}}$, aşa cum este cazul ytriului de exemplu, deplasarea are semn contrar, aşa cum se vede înlocuind în integrala de mai sus pe ρ_{12} cu $\rho_{21} = -\rho_{12}$ (observăm că ρ_{12} este acelaşi la o aceeaşi pătură nucleară, cu toate că ρ_i diferă în cadrul aceleiaşi de pături de la element la element). Este de bănuit că acelaşi rezultat rămîne valabil şi în cazul relativist, dat fiind că γ nu diferă cu mult (la Y, $\gamma = 0{,}95$). În orice caz valoarea absolută a deplasării este probabil apropiată de cea calculată pentru In (r_0 este practic acelaşi), diferenţele datorîndu-se numai valorii diferite a lui $\psi_s^2(0)$.

CONCLUZII

Efectul de deplasare calculat este de acelaşi ordin de mărime sau ceva mai mic decît efectul de deplasare izotopică sau de structură hiperfină, în orice caz, detectabil experimental. Este de menţionat că acest efect este întotdeauna însoţit de un efect de structură hiperfină specific, deoarece spinii nucleari diferă totdeauna sensibil de la starea metastabilă la cea fundamentală. Din acest punct de vedere, pentru o verificare experimentală par mai indicaţi atomii cu doi electroni optici s în starea fundamentală, cum este cazul In II, dat fiind că la aceşti atomi termenul fundamental nu suferă o descompunere magnetică. În plus, în spectrele atomice ale nucleelor izomere apare şi un efect de structură hiperfină cuadripolară datorit cuadripolilor electrici ai nucleelor, care au de obicei la nucleele izomere valori relativ mari (de ex. la In în starea fundamentală $q = 1{,}1$) şi care diferă de asemenea apreciabil, de la o stare energetică la alta. Cu toate acestea, aceste efecte însoţitoare ale deplasării liniilor spectrale, pot fi separate relativ uşor prin calcul şi deci este posibilă evidenţierea acestei deplasări, şi în prezenţa efectelor menţionate.

În ceea ce priveşte precizia rezultatului de mai sus, este clar că, dat fiind modelul de la care am pornit, nu putem să ne aşteptăm decît la o concordanţă ca ordin de mărime cu rezultatele experimentale, care, din păcate încă nu există. Însă tocmai sub acest aspect rezultatul obţinut ni se pare important, deoarece prin confruntarea rezultatelor teoretice cu cele experimentale se vor putea obţine eventual date noi asupra structurii nucleului atomic şi în special asupra fenomenului de izomerie nucleară.

Un alt motiv pentru care rezultatul este aproximativ este faptul că am lucrat cu prima aproximaţie a teoriei perturbaţiilor. Este interesant de văzut ce corecţii aduce metoda perturbaţiei condiţiilor la limită sau eventual chiar rezolvarea ecuaţiei lui Dirac.

În orice caz, ţinînd seama de rezultatele din teoria deplasărilor izotopice, este sigur că eventualele corecţii nu pot modifica ordinul de mărime al rezultatului şi sînt probabil mult mai puţin importante decît cele pe care le-ar cere însuşi modelul nuclear.

În sfîrşit , mai trebuie menţionat că efectul de deplasare izomerică a liniilor spectrale, împreună cu cel de structură hiperfină, pot constitui baza unei noi metode practice de detectare a izomeriei nucleare şi în special de determinare a concentraţiei de izomer radioactiv, bucurîndu-se în această privinţă de o serie de avantaje specifice metodelor de analiză ale spectroscopiei optice, printre care, în primul rînd, simplitatea tehnică în comparaţie cu metodele folosite pînă acum în acest scop.

Autorul ţine să mulţumească acad. Şerban Ţiţeica şi prof. I. Agîrbiceanu, pentru discuţiile avute asupra acestor probleme.

ЯДЕРНАЯ ИЗОМЕРИЯ И АТОМНЫЕ СПЕКТРЫ (I)

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Исходя из зависимости ядерной плотности от энергетического состояния ядра, автор доказывает на основе модели ядерных оболочек, сущест-

вование смещения спектральных линий, обусловленного ядерной изомерией. Используя волновые функции осциллятора и метод возмущений, рассчитывается смещение спектрального терма для нечетно-четных изомерных ядер четвертой оболочки с нечетным числом протонов, в частности для $^{115}_{49}$In III.

Расчет дает смещение порядка $5{,}10^{-2}$ см$^{-1}$, которое легко может быть обнаружено на опыте. Помимо теоретического значения, полученный результат, совместно с явлением сверхтонкой структуры, может стать в основу нового спектрального метода изучения ядерной изомерии.

NUCLEAR ISOMERISM AND ATOMIC SPECTRA (I)

(ABSTRACT)

The dependence of the nuclear charge distribution on energy gives rise to a shift of spectral lines — the nuclear isomeric shift. The calculation, based on the oscillator shell model and the perturbation method of quantum mechanics, is performed for odd-even nuclear isomers with odd number of protons in the fourth nuclear shell, and particularly for $^{115}_{49}$In III. A shift of $\sim 5.10^{-2}$ cm^{-1} easily to be measured experimentally is found. Beside the theoretical interest, this result, together with the hyperfine-structure effect, might be a basis for a new experimental method of research and spectral analysis of nuclear isomerism.

BIBLIOGRAFIE

1. M. G. Mayer, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1969.
2. E. Feenberg a. K. C. Hammack, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1877.
3. D. Bogdan şi Ch. Iusim, Studii şi cercetări de fizică (acest volum, p. 541).
4. C. Racah, Nature, 1932, t. 129, p. 723.
5. F. Paschen u. J. L. Campbell, Ann. d. Phys., 1938, t. 31, p. 29.
6. W. Heisenberg, *Teoria atomnovo iadra.* I.I.L., Moscova, 1953.
7. H. Kopfermann, *Kernmomente.* Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1940.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VII, nr. 4, 1956

ASUPRA CONTROLULUI TENSIUNII DE VAPORI LA DESCĂRCĂRILE ELECTRICE ÎN AMESTECURI DE GAZE ŞI VAPORI *)

DE

H. ROTHMAN

Din lucrările destinate studiului descărcărilor electrice în amestecuri de gaze, un număr mare cercetează amestecul de gaz cu vaporii saturanți ai unui metal. Aceasta, atît din cauza potențialelor de ionizare relativ coborîte ale unor metale în raport cu unele gaze — de exemplu gazele nobile — cît și din cauza ușurinței aparente de a varia presiunea parțială a uneia din componente — vaporii saturanți ai metalului — printr-o simplă modificare de temperatură. Aceasta se face printr-unul din următoarele două procedee : ori se introduce metalul într-un mic recipient de sticlă care comunică cu tubul de descărcare, avînd grijă ca acest recipient să fie menținut la o temperatură mai joasă decît a tubului de descărcare, astfel încît tensiunea de vapori să fie determinată, conform principiului peretelui rece, de această temperatură mai coborîtă, sau se introduce metalul în însuși tubul de descărcare și se cufundă acest tub în termostat.

Observațiile care urmează dovedesc că modul acesta de a determina tensiunea de vapori a adaosului nu dă rezultate exacte decît cu anumite precauții care în general nu au fost luate.

Determinările făcute au constat în înregistrarea și analizarea compoziției spectrale a luminii emise — la diferite momente de la aprinderea descărcării — de o mică regiune a coloanei pozitive a unei descărcări în neon la presiuni în jurul a 1,5 mm Hg cu adaos de vapori de mercur. S-a văzut chiar de la început, prin observare directă cu spectroscopul că, în unele condiții , liniile mercurului — în particular linia verde 5460 Å și linia violetă 4358 Å, care se observă mai ușor — nu apar deloc la început, devin observabile peste cîtva timp de la aprinderea descărcării și se intensifică în timp. Modul cum această accentuare se desfășoară depinde de temperatura picăturii de mercur, de curentul de descărcare și mai ales de temperatura incintei mai calde în care este menținut tubul.

Aparataj. S-a lucrat cu un tub de sticlă de pirex, cu diametrul de 22 mm electrozii fiind din tablă de fier electrolitic sub formă de cilindri

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 9 iulie 1956.

cu diametrul de 13 mm. Distanța dintre electrozi a fost de 420 mm. Observațiile s-au făcut la o distanță de 130 mm de catod. Conexiunea care leagă tubul de descărcare de instalația de evacuare conține o ramificație cu un balonaș în care s-au distilat cîteva picături de mercur. Distanța de la tubul de descărcare pînă la această rezervă de mercur a fost de circa 500 mm, tubul de conexiune avînd diametrul de 8 mm. Distanța de la picătura de Hg la tubul de descărcare nu putea fi făcută mai mică din cauza cuptorului de degazare în care tubul era introdus. Înaintea fiecărui șir de determinări s-a evacuat tubul, degazîndu-l 2—3 ore la 450°C. Tubul de legătură, pînă la circa 1 cm în vecinătatea robinetului era încălzit la flacăra unui bec Bunsen. După răcire, tubul era umplut cu neon, la o presiune a cărei valoare se citea pe manometrul de compresiune cu mercur. S-au luat precauții ca mercurul să se afle mereu la o temperatură cu cel puțin 10°C mai coborîtă decît a tubului de conexiune. Temperatura tubului de descărcare și cea a balonașului cu mercur au fost măsurate cu un termometru, cu o precizie de 1°C. Fotografierea spectrelor s-a făcut cu un spectrograf Zeiss pentru vizibil, fotometrarea cu un microfotometru înregistrator Moll.

Determinări. Primele determinări au fost făcute fără a lăsa ca descărcarea să se producă mai mult timp, tubul de descărcare fiind menținut la 100°C. După fiecare schimbare a temperaturii balonașului cu mercur se aștepta circa 20 de minute, se aprindea descărcarea, se expunea după 2 minute de la aprindere timp de 1 minut și se întrerupea descărcarea. În aceste condiții, deși s-a făcut un mare număr de determinări la diverse temperaturi ale mercurului, mergînd pînă la 30° C, nu s-a obținut pe placă nici o urmă din liniile mercurului. Curentul de descărcare a fost de 6,1 mA. Determinările următoare au fost făcute lăsînd tubul să funcționeze neîntrerupt din momentul aprinderii. În tabloul nr. 1 este redată variația în timp a intensității maximului liniei 5460 a mercurului și — pentru comparație — aceea a maximului liniei 5341 a neonului. Intensitățile sînt măsurate în unități arbitrare pe baza determinării înnegririi pe placa etalonată.

Tabloul nr. 1

Timpul de la aprindere în minute		5	15	55	185
Intensitatea liniilor	5460 (Hg)	4,5	2	6	43
	5341 (Ne)	62	82	76	66

Condițiile de lucru: presiunea neonului 1,4 mm Hg, temperatura 13°C, temperatura tubului 40°C, I tub = 14,8 mA. Se observă în acest caz o creștere netă în timp a intensității liniei 5460 A.

În tabloul nr. 2 sînt redate rezultatele unor determinări făcute la un curent de 100 mA temperatura tubului fiind de 100° C, iar cea a mercurului de 40°C pentru primele 3 coloane și de 0°C pentru ultima coloană.

Tabloul nr. 2

Timpul de la aprindere în minute		2	9	22	52
Intensitatea liniilor	5460 (Hg)	24	96	146	650
	5341 (Ne)	2000	2000	2000	2500

După cum se vede, creşterea intensităţii liniei 5460 continuă nestingherită, cu toată reducerea aparentă a presiunii parţiale a mercurului prin răcire la 0°C.

În sfîrşit, lucrînd la o presiune a neonului de 1,5 mm Hg, la un curent de 23 mA, cu mercurul la 13°C şi tubul de descărcare la 20°C, s-au obţinut rezultatele redate în tabloul nr. 3. De data aceasta descărcarea a fost prelungită timp de mai multe ore şi se observă, cam după 3 ore şi jumătate, că intensitatea liniei 5460 devine, în limitele erorilor de măsură, constantă. Intensitatea liniei 5341 a neonului descreşte în timp ce prima creşte, arătînd că radiaţia în coloana pozitivă este preluată de atomii de mercur.

Tabloul nr. 3

Timpul de la aprindere în minute		5	25	85	155	230	275	300
Intensitatea liniilor	5460 (Hg)	5,2	6,5	44	480	1000	1000	1000
	5341 (Ne)	23	39,8	14	4	2	2	2

Interpretarea rezultatelor. Cele observate se pot explica dacă se ţine seama de un efect posibil în anumite condiţiuni, al electroforezei. Într-adevăr, se ştie că la amestec de gaz nobil şi mercur, datorită potenţialului de ionizare mai coborît al metalului, majoritatea ionilor pozitivi sînt furnizaţi de acesta din urmă. Din această cauză, atomii de mercur aduşi în vecinătatea catodei crează un gradient al presiunii parţiale a vaporilor de mercur, această presiune fiind mai mare la catodă decît la anodă. Dacă această presiune este mai mare la catodă decît presiunea saturantă a mercurului la temperatura respectivă, vaporii se vor condensa. Din acest moment începînd, presiunea parţială a mercurului în tubul de descărcare nu va mai fi determinată de temperatura balonaşului de mercur, ci va fi mai apropiată de cea corespunzătoare temperaturii din vecinătatea catodei. Cum este vorba de procese care se fac cu schimb de căldură, atît condensarea mercurului în vecinătatea catodei cît şi redistilarea lui eventuală la o schimbare de regim se fac într-un timp destul de îndelungat. Pentru a evidenţia lucrul acesta s-au mai făcut următoarele încercări:

a) După degazarea tubului şi umplerea lui cu Ne la 1,5 mm Hg se aprinde descărcarea şi se lasă să funcţioneze la 6,1 mA timp numai de 20 de minute. La acest curent catoda se încălzeşte destul de slab, curentul de descărcare nefiind mult peste cel normal. În aceste condiţii

spectrul mercurului apare foarte slab şi numai lîngă catodă. S-a încălzit apoi la flacără pînă la circa 300°C sticla, în regiunea catodei. Linia 5460 apare mai puternic. Continuînd încălzirea regiunii catodice mai multă vreme se observă că porţiunea violacee se deplasează spre anodă, fugind din regiunea mai caldă.

b) La un curent de 14,8 mA, după o funcţionare de 3,5 ore, se repetă încălzirea la flacără. Intensitatea liniei 5460 creşte de şase ori, în timp ce aceea a liniei 5341 scade la 2 treimi.

Este evident că în cazul *a*) vaporii de mercur s-au condensat în vecinătatea catodei fiind saturanţi pentru temperatura existentă acolo, dar cantitatea de mercur era insuficientă pentru a da tensiunea saturantă la încălzirea în flacără. Prelungind încălzirea mai multă vreme, mercurul se evaporă fugind spre regiuni mai reci. În cazul *b*) cantitatea de mercur fiind mai mare, tensiunea de vapori obţinută va creşte pînă la valori mult mai mari.

Pentru variaţia numărului de atomi de metal prin electroforeză, în cazul unui amestec de gaz nobil şi metal dacă aproape toţi ionii sînt ai metalului, Druyvesteyn [1] a stabilit relaţia:

$$N_a = N_0 - \frac{8{,}3 \cdot 10^{10} \mu_+ \sqrt{V_0}\, i\, x}{\lambda^- D R^2}.$$

Aici N_a este numărul de atomi de metal pe cm^3 la distanţa x de capătul negativ al coloanei pozitive, N_0 acelaşi număr la acest capăt, R raza tubului, D coeficientul de difuzie al atomilor de metal în gaz, λ^- liberul parcurs electronic, μ_+ mobilitatea ionilor pozitivi, V_0 temperatura electronilor în volţi, i intensitatea curentului în amperi. Dacă numai o fracţiune α din numărul total de ioni aparţin metalului, se deduce

$$N_a = N_0 - \frac{8{,}3 \cdot 10^{10} \mu_+ \sqrt{V_0}\, \alpha\, i\, x}{\lambda^- D R^2}.$$

Trecînd la presiuni parţiale se obţine

$$\Delta p = \frac{6{,}2 \cdot 10^{-12} \mu_+ \sqrt{\mathrm{Te\ Tg\ MHg}}\, \alpha i \Delta x}{\lambda_g^2 R^2}.$$

În cazul nostru considerînd presiunea neonului de 1,5 mm Hg şi $T_e = 3 \cdot 10^4$ ceea ce a rezultat ca o valoare medie din măsurători proprii cu sonda Langmuir, $\Delta p = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\, \alpha i\, \Delta x$

Δp fiind măsurat în mm de Hg, i în amperi, Δx în cm. Se vede că la curenţii la care s-a lucrat punînd $\Delta x = 42$ cm şi — cazul cel mai favorabil — $\alpha = 1$ se obţin în determinările reprezentate în diferitele tablouri următoarele valori:

	tabloul nr. 1	tabloul nr. 2	tabloul nr. 3
Δp	$4{,}62 \cdot 10^{-4}$	$3{,}15 \cdot 10^{-3}$	$7{,}24 \cdot 10^{-4}$
p	$1{,}62 \cdot 10^{-3}$	$9{,}15 \cdot 10^{-3}$	$1{,}32 \cdot 10^{-3}$

unde prin Δp s-a notat diferenţa dintre presiunea parţială calculată a mercurului între catodă şi anodă şi prin p presiunea la catodă, admiţînd că la anodă presiunea parţială este cea determinată de temperatura incintei reci. Comparînd presiunea la catodă cu presiunea saturantă pentru temperatura tubului, respectiv $6{,}10^{-3}$ 0,28 şi $1{,}310^{-3}$, se vede că numai în cazul reprezentat în tabloul nr. 3 poate avea loc

condensarea în regiunea catodei, ceea ce şi explică apariţia saturaţiei în acest caz. Totuşi, tablourile nr. 1 şi 2 arată o creştere destul de mare a intensităţii liniei 5460 în timp. De asemenea, fotografiile făcute la 1 minut după aprinderea descărcării nu arată deloc prezenţa mercurului în descărcare. Explicaţia acestor fapte cred că trebuie legată de observaţia făcută de R. Grigorovici [2] cu ocazia determinării potenţialelor disruptive în vapori de mercur, referitoare la tendinţa ionilor de mercur de a rămîne lipiţi de suprafaţa catodului în timpul descărcării.

Curentul de ioni de mercur în descărcare şi reţinerea atomilor neutralizaţi ai acestuia pe catodă ar împiedica stabilirea unui echilibru care să asigure o presiune parţială a mercurului determinată de temperatura incintei reci. De altă parte, forţele de adsorbţie care reţin mercurul pe catod împiedică stabilirea tensiunii de vapori corespunzătoare temperaturii catodului atîta timp cît saturarea cu mercur nu este completă.

Astfel s-ar explica de ce încălzirea catodului la flacără face să apară linia 5460 Å, care înainte lipsea. De asemenea s-a observat uneori, la aprinderea descărcării, culoarea albastră a Hg apărînd, dar numai în timpul unei fracţiuni de secundă şi apoi dispărînd, ca şi cum vaporii de mercur care existau în tub înaintea aprinderii ar fi fost în scurt timp consumaţi.

În sfîrşit, o degazare în înalta frecvenţă a electrozilor unui tub care fusese utilizat cîtva timp, a făcut să apară pe peretele de sticlă, în vecinătatea catodei, picături de mercur, deşi degazarea sticlei fusese făcută în cuptor timp de mai multe ore la 450°C.

Aceste observaţii duc la concluzia că, într-o astfel de descărcare în amestec, nu se poate cunoaşte presiunea parţială a vaporilor metalului din temperatura unei picături menţinute la oarecare distanţă de tubul de descărcare. În cazul introducerii mercurului în tubul de descărcare şi a cufundării acestuia în termostat, trebuie luate precauţii pentru ca, în momentul saturării catodei cu mercur — ceea ce după un timp mai lung de funcţionare trebuie să se producă — temperatura mai ridicată a catodei să nu influenţeze asupra tensiunii de vapori, făcînd nesigură valoarea calculată din temperatura băii pentru presiunea parţială a mercurului. O nereproductibilitate legată de acest fenomen a fost observată de Zaiţev [3] la determinarea gradientului de potenţial în amestec de gaz nobil şi mercur. Anume, caracteristicile ridicate cu curentul crescător şi cele cu curent descrescător nu coincideau, din cauza încălzirii catodei în timpul descărcării, cu toate că tubul era cufundat în termostat.

О КОНТРОЛЕ ДАВЛЕНИЯ ПАРОВ ПРИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЯДАХ В СМЕСЯХ ГАЗОВ И ПАРОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Наблюдалось изменение во времени относительных интенсивностей линий 5460 (Hg) и 5341 (Ne) в положительном столбе рязряда в смеси.

Давление неона поддерживалоеь на величине около 1,5 мм Hg, а парциальное давление Hg регулировалосъ путем изменения температуры капли, находившейся вне разряда, до температуры ниже температуры трубки. Было установлено, что в некоторых случаях рабочее состояние не устанавливается даже через три часа после начала разряда (таблица 1 и 2).

Предлагается объяснять этот факт на основе катафореза адсорбции ртути на катоде. Выводится заключение, что при разряде в смеси парциальное давление Hg не может быть определено путем оставления жидкой фазы вне разряда и применения принципа холодной стенки.

SUR LE CONTRÔLE DE LA TENSION DE LA VAPEUR DANS LE CAS DES DÉCHARGES ÉLECTRIQUES À TRAVERS DES MÉLANGES DE GAZ ET DE VAPEURS

(RÉSUMÉ)

On a suivi la variation au cours du temps des intensités relatives des lignes 5460 (Hg) et 5341 (Ne) dans la colonne positive d'une décharge à travers un mélange. La pression du néon a été maintenue au voisinage de 1,5 mm Hg, tandis que la pression partielle du mercure était réglée en variant la température d'une goutte extérieure à la décharge, et dont la température était plus basse que celle du tube. On a constaté que, dans certains cas, l'état de régime ne s'établit pas, même trois heures après l'amorçage de la décharge (tableaux 1 et 2).

On propose d'expliquer ces phénomènes par la cataphorèse et l'adsorption du mercure sur la cathode. On en conclut que la pression partielle du mercure, dans le cas d'une décharge à travers un mélange ne peut être déterminée — si la phase liquide est laissée à l'extérieur de la décharge — en appliquant le principe de la paroi froide.

BIBLIOGRAFIE

1. M. J. Druyvesteyn, Physica, 1935, nr. 2, p. 250.
2. R. Grigorovici, Zeitschrift für Physik, 1939, t. 111, p. 596.
3. A. A. Zaiţev, Journ. Techn. Phys., 1949, nr. 19, p. 949.

VALORILE ANUMITOR INTEGRALE CU PRODUSE DE DOUĂ POLINOAME HIPERGEOMETRICE DEGENERATE

DE

CH. IUSIM

În problemele de radiație și în calculul diverselor elemente de matrice cu funcțiile de undă ale unui atom hidrogenoid sau în probleme de fizică nucleară apar integrale de tipul

$$\int_0^\infty x^p\, e^{-x}\, F(-n,\, b\,;\, x)\, F(-n',\, b'\,;\, x)\, dx \qquad (n\,;\, n' = \text{întregi pozitivi}), \tag{1}$$

unde

$$F(-n,\, b\,;\, x) = 1 - \frac{n}{b}\, x + \frac{n(n-1)}{b(b+1)}\, \frac{x^2}{2!} + \ldots = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k\, C_n^k\, \frac{\Gamma(b)}{\Gamma(b+k)}\, x^k \tag{2}$$

este un polinom hipergeometric degenerat, Γ este funcția gama a lui Euler, b un număr real pozitiv, iar p un număr real nenegativ. Aceste integrale se evaluează relativ comod dacă se cunoaște funcția generatoare a polinoamelor F. Funcția generatoare pentru polinoamele $F(-n,\, b\,;\, x)$ este

$$\frac{e^{-\frac{xu}{1-u}}}{(1-u)^b} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u^n}{n!}\, \frac{\Gamma(b+n)}{\Gamma(b)}\, F(-n,\, b\,;\, x), \tag{3}$$

ceea ce se verifică printr-o dezvoltare în serie a exponențialei și identificarea coeficienților lui u^n. Această dezvoltare are sens, întrucît se poate alege parametrul u să fie pozitiv și mai mic decît unitatea (dealtfel arbitrar). Pentru a evalua integrala (1), se calculează expresia

$$\int_0^\infty x^p\, e^{-x}\, \frac{e^{-\frac{xu}{1-u}}}{(1-u)^b}\, \frac{e^{-\frac{xv}{1-v}}}{(1-v)^{b'}}\, dx = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{u^n}{n!}\, \frac{v^{n'}}{n'!}\, \frac{\Gamma(b+n)\,\Gamma(b'+n')}{\Gamma(b)\,\Gamma(b')} \times$$

$$\times \int_0^\infty x^p\, e^{-x}\, F(-n',\, b'\,;\, x)\, F(-n,\, b\,;\, x)\, dx \tag{4}$$

Această integrală este convergentă pentru $p \geqslant 0$. Însă

$$\int_0^\infty x^p\, \frac{e^{-x\left(1+\frac{u}{1-u}+\frac{v}{1-v}\right)}}{(1-u)^b\,(1-v)^{b'}}\, dx = \Gamma(p+1)\, \frac{(1-u)^{p+1-b}\,(1-v)^{p+1-b'}}{(1-uv)^{p+1}}\,. \tag{5}$$

Dezvoltînd acum rezultatul (5) în serie în raport cu u și v, coeficienții care înmulțesc produsele $\frac{\Gamma(b+n)}{\Gamma(b)}\frac{u^n}{n!}\frac{\Gamma(b'+n')}{\Gamma(b')}\frac{v^{n'}}{n'!}$ vor da tocmai valorile integralelor (1) căutate. Pentru aceasta trebuie să ținem seama de formulele simple

$$(1-u)^{-\alpha} = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+r)}{\Gamma(\alpha)}\frac{u^r}{r!} \qquad \alpha = \text{real și pozitiv}, \tag{6}$$

$$(1-u)^{\beta} = 1 - \beta\frac{u}{1!} + \frac{\beta(\beta-1)}{2!}u^2 + \ldots + (-1)^m\frac{\beta(\beta-1)\ldots(\beta-m+1)}{m!}u^m + \ldots,$$

$$\beta = \text{real și pozitiv}. \tag{6'}$$

În problemele de radiație ale hidrogenoizilor, ale oscilatorilor liniari sau izotropi tridimensionali (vezi radiația electromagnetică în modelul păturilor nucleare) apar integrale în care „$p+1-b$“ respectiv „$p+1$-b'“ sînt numere întregi pozitive sau negative. În aceste cazuri speciale (6) și (6') se reduc la

$$(1-u)^{-T} = \sum_{r=0}^{\infty} C_{T+r-1}^{T-1}\, u^r, \qquad T = \text{întreg pozitiv}, \tag{7}$$

și

$$(1-u)^{S} = \sum_{r=0}^{S} (-1)^r C_S^r\, u^r, \qquad S = \text{întreg pozitiv}. \tag{7'}$$

Dăm cîteva exemple.

1. *Cazul* $p+1-b = S > 0$, $p+1-b' = S' > 0$, S *și* S' *întregi*, $p \geqslant 0$

$$\Gamma(p+1)\frac{(1-u)^S(1-v)^{S'}}{(1-uv)^{p+1}} = \Gamma(p+1)\sum_{r''=0}^{\infty}\frac{\Gamma(p+1+r'')}{\Gamma(p+1)}\frac{u^{r''}v^{r''}}{r''!}\times$$

$$\times\sum_{r'=0}^{S'}(-1)^{r'}C_{S'}^{r'}v^{r'}\sum_{r=0}^{S}(-1)^r C_S^r\, u^r = \Gamma(p+1)\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{n'=0}^{\infty}\frac{u^n}{n!}\frac{v^{n'}}{n'!}\frac{\Gamma(b+n)\Gamma(b'+n')}{\Gamma(b)\Gamma(b')}\times$$

$$\times\left[\frac{n!\,n'!}{\Gamma(b+n)\Gamma(b'+n')}\frac{\Gamma(b)\Gamma(b')}{\Gamma(p+1)}(-1)^{n-n}\sum_r\frac{\Gamma(p+1+n-r)}{(n-r)!}C_S^r\,C_{S'}^{n'-n+r}\right].$$

De aici se vede că pentru ca suma să aibă sens este necesar ca regulile de selecție

$$S' + n - n' \geqslant 0,$$

respectiv, schimbînd mărimile accentuate și neaccentuate între ele

$$S + n' - n \geqslant 0,$$

să se verifice. Grupînd termenii obținem

$$\int_0^{\infty} x^p e^{-x} F(-n, b; x) F(-n', b'; x)\, dx =$$

$$= (-1)^{n'-n}\frac{n!\,n'!\,\Gamma(b)\Gamma(b')}{\Gamma(b+n)\Gamma(b'+n')}\sum_{r=\max\binom{0}{n-n'}}^{r=\min\binom{n}{S}{S'+n-n'}}\frac{\Gamma(p+1+n-r)}{(n-r)!}C_S^r\,C_{S'}^{n'-n+r}, \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned} S &= p+1-b \\ S' &= p+1-b' \end{aligned}\right\} \text{ întregi pozitivi.}$$

2. *Dacă în special* $S' = 0$ *atunci* $(r = n - n',\ p + 1 = b \quad n \geqslant n')$

$$\int_0^\infty x^p e^{-x} F(-n, b; x) F(-n', b'; x)\, dx = (-1)^{n'-n} n! \frac{\Gamma(b)\,\Gamma(b')}{\Gamma(b+n)} C_S^{n-n'}, \qquad (10)$$

$$S = p + 1 - b = \text{întreg pozitiv.}$$

3. *Cazul* $p + 1 - b = -T < 0,\ p + 1 - b' = S' > 0,\ T$ *și* S' *întregi,* $p \geqslant 0$

$$\Gamma(p+1)\frac{(1-u)^{-T}(1-v)^{S'}}{(1-uv)^{p+1}} =$$

$$= \sum_{r''=0}^{\infty} \Gamma(p+1+r'') \frac{u^{r''} v^{r''}}{r''!} \sum_{r'=0}^{S'} (-1)^{r'} C_{S'}^{r'} v^{r'} \sum_{r=0}^{\infty} C_{T+r-1}^{T-1} u^r =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{\Gamma(b+n)}{\Gamma(b)} \frac{u^n}{n!} \frac{\Gamma(b'+n')}{\Gamma(b')} \frac{v^{n'}}{n'!} \times$$

$$\times \left[(-1)^{n'-n} \frac{\Gamma(b)\,\Gamma(b')}{\Gamma(b+n)\,\Gamma(b'+n')} n!\, n'! \sum_r \frac{\Gamma(p+1+n-r)}{(n-r)!} (-1)^r C_{T+r-1}^r C_{S'}^{n-n+r} \right].$$

De unde

$$\int_0^\infty x^p e^{-x} F(-n, b; x) F(-n', b'; x)\, dx =$$

$$= (-1)^{n'-n} \frac{\Gamma(b)\,\Gamma(b')\, n!\, n'!}{\Gamma(b+n)\,\Gamma(b'+n')} \sum_{r=\max\binom{0}{n-n'}}^{r=\min\binom{n}{S'+n-n'}} (-1)^r \frac{\Gamma(p+1+n-r)}{(n-r)!} C_{T+r-1}^{T-1} C_{S'}^{n'-n+r}$$

cu

$$T = b - 1 - p = \text{întreg pozitiv},\quad S' = p + 1 - b' = \text{întreg pozitiv}$$

4. *Pentru cazul special* $S' = 0$ $(r = n - n',\ b' = p + 1,\ n \geqslant n'$ *obținem;*

$$\int_0^\infty x^p e^{-x} F(-n, b; x)\ F\ (-n',\ b';\ x)\ dx = \frac{\Gamma(b)\,\Gamma(b')\, n!}{\Gamma(b+n)} C_{T+n-1}^{T-1-n'},$$

cu $T = b - 1 - p =$ întreg pozitiv.

5. *Fie ultimul caz* $T = b - 1 - p > 0,\ T' = b' - 1 - p > 0,\ T$ *și* T' *întregi.* $p \geqslant 0$.

Avem :

$$\Gamma(p+1)\frac{(1-u)^{-T}(1-v)^{-T'}}{(1-uv)^{p+1}} =$$

$$= \sum_{r''=0}^{\infty} \Gamma(p+1+r'') \frac{u^{r''} v^{r''}}{r''!} \sum_{r'=0}^{\infty} C_{T'+r'-1}^{T'-1} v^{r'} \sum_{r=0}^{\infty} C_{T+r-1}^{T-1} u^r =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{\Gamma(b+n)}{\Gamma(b)} \frac{\Gamma(b'+n')}{\Gamma(b')} \frac{u^n}{n!} \frac{v^{n'}}{n'!} \times$$

$$\times \left[\frac{n!\, n'!\, \Gamma(b)\,\Gamma(b')}{\Gamma(b+n)\,\Gamma(b'+n')} \sum_{r=\max\binom{0}{n-n'}}^{n} \frac{\Gamma(p+1+n-r)}{(n-r)!} C_{T+r-1}^{T-1} C_{T+n'-n+r-1}^{T'-1} \right].$$

De aici rezultă

$$\int_0^\infty x^p e^{-x} F(-n, b; x) F(-n', b'; x)\, dx =$$

$$= \frac{n!\, n'!\, \Gamma(b)\, \Gamma(b')}{\Gamma(b+n)\, \Gamma(b'+n')} \sum_{r=\max\binom{0}{n-n'}}^{n} \frac{\Gamma(p+1+n-r)}{(n-r!)}\, C_{T+r-1}^{T-1}\, C_{T'+n'-n+r-1}^{T'-1}$$

$$\left.\begin{aligned} T &= b-1-p \\ T' &= b'-1-p \end{aligned}\right\} \text{numere întregi și pozitive.}$$

ASUPRA PROIECTĂRII MULTIVIBRATORULUI LUI SCHMIDT *)

DE

A. SEGAL

Multivibratorul lui Schmidt a cărui schemă practică este dată în figura 1 este un montaj cu numeroase aplicații în aparatajul electronic utilizat în fizica nucleară (standardizor de impulsuri la intrarea numărătorilor electronici, ca element discriminator, în analizorii de amplitudini de factură mai simplă etc.).

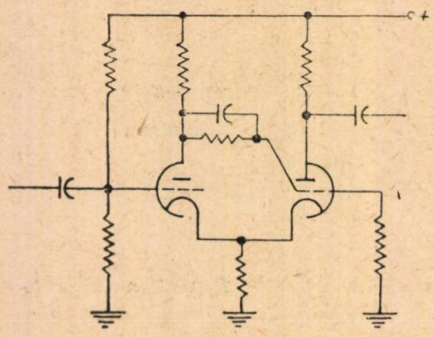


Fig. 1

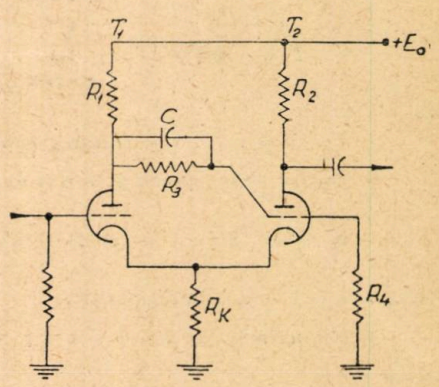


Fig. 2

Practic, montajul furnizează la ieșirea lui cîte un impuls dreptunghiular de amplitudine constantă pentru fiecare impuls aplicat la intrarea sa ce depășește în amplitudine o anumită valoare dinainte impusă. În condițiile unei proaste proiectări, montajul poate produce o multiplicare a frecvenței de atac, falsificînd în mod grosolan rezultatele experienței urmărite prin intermediul lui. În prezenta notă nu se urmărește indicarea metodei de proiectare în funcție de destinația și condițiile în care va lucra montajul, ci doar evidențierea cauzelor și indicarea căilor de evitare a pericolului multiplicării frecvenței de atac.

Să analizăm funcționarea montajului pe schema din figura 2.

În repaus, tubul T_2 conduce iar tubul T_1 este tăiat datorită potențialului ridicat al catodei. La aplicarea unui impuls pozitiv pe grila lui T_1, suficient de mare încît să inițieze apariția curen-

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data 18 ianuarie 1956.

tului în el, datorită reacției pozitive prin intermediul rezistenței comune din catod, funcționarea trece de pe T_2 pe T_1 într-un interval de timp foarte scurt, anoda primului (T_2) săltînd la $+E_a$ volți față de masă (evident pentru $K\beta > 1$). Durata impulsului pozitiv de la anoda lui T_2 este determinată atît de forma și amplitudinea impulsului aplicat la intrare cît și de valorile componentelor și tensiunilor ce intră în joc. În ipoteza simplificatoare a unui impuls dreptunghiular pozitiv aplicat la grila lui T_1, de valoare egală cu tensiunea necesară pentru inițierea curentului în T_1 și de durata T studiul regimului tranzitoriu duce la următoarea valoare pentru t, durata impulsului la anoda lui T_2 :

$$t = \tau \log \frac{(1-\alpha)(E_a - U_{a1})}{\alpha U_{a1} - U_{K1} + U_{t2}}, \tag{1}$$

unde

$$\tau = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} C, \qquad \alpha = \frac{R_4}{R_3 + R_4}, \text{ iar } R_1 \ll R_4,$$

U_{a1} = tensiunea anodă-masă a tubului T_1,
U_{K1} = tensiunea catodă-masă,
U_{t2} = tensiunea de grilă de tăiere a tubului T_2,
} cînd conduce tubul T_1.

Fără a intra în amănunte asupra influenței valorilor componentelor și tensiunilor asupra mărimii lui t, de altfel inutile după cum se va vedea mai jos, este evident că t poate fi mai mic decît T. În acest caz, în întreg intervalul de timp $T-t$ montajul se comportă ca un multivibrator astabil, oscilînd pe frecvența sa proprie. Se produce astfel o multiplicare a frecvenței de atac. Pentru ca revenirea funcționării pe T_2 să nu se producă decît la căderea impulsului aplicat la intrare este necesar ca inegalitatea

$$U_{t2} < (E_a - U_{a1})(1-\alpha) e^{-t/\tau} + U_{K1} - \alpha U_{a1}, \tag{2}$$

să fie satisfăcută și după anularea termenului tranzitoriu ($t \to \infty$) adică

$$U_{t2} < U_{K1} - \alpha U_{a1}. \tag{3}$$

În cuvinte, aceasta înseamnă că funcționarea trebuie să revină pe tubul T_2 la o valoare a semnalului pe grila lui T_1 mai mică decît aceea care a provocat basculare.

O succintă analiză permite evidențierea factorilor hotărîtori care asigură satisfacerea inegalității (3).

Notînd cu

$$\gamma = \frac{R_1}{R_K},$$

E_{a1} = amplitudinea impulsului dreptunghiular care a provocat basculare,
U_{02} = valoarea absolută a tensiunii grilă-catod a lui T_2 cînd acesta conduce,
U_{t1} = valoarea absolută a tensiunii de grilă de tăiere a tubului T_1 cînd T_2 conduce,
U_{01} = valoarea absolută a tensiunii grilă-catod a tubului T_1 cînd acesta conduce,

și observînd că

$$U_{a1} = \frac{R_1}{R_K} U_{K1},$$

rezultă

$$U_{K1} = \alpha E_a + U_{02} - U_{t1} + U_{01}. \tag{4}$$

Pe de altă parte, inegalitatea (3) se poate scrie astfel

$$U_{K1}(1 + \alpha\gamma) - \alpha E_a > U_{t2}. \tag{5}$$

Înlocuind în relația (5) pe U_{K1} după relația (4) rezultă

$$(\alpha E_a + U_{01} + U_{02} - U_{t1})(1 + \alpha\gamma) - \alpha E_a > U_{t2},$$

$$(U_{01} + U_{02})(1 + \alpha\gamma) - U_{t1}(1 + \alpha\gamma) + \alpha^2 \gamma E_a > U_{t2}. \tag{6}$$

Observînd că

$$U_{t1} \simeq U_{t2} = U_t \simeq \frac{E_a}{\mu}(1 - \alpha),$$

și neglijînd teremenul $(U_{01} + U_{02})$ $(1 + \alpha\gamma)$ pentru asigurarea inegalității (6) rezultă

$$\alpha^2 \gamma E_a \geqslant (2 + \alpha\gamma)\frac{1 - \alpha}{\mu} E_a,$$

$$\mu \alpha^2 \gamma \geqslant (2 + \alpha\gamma)(1 - \alpha),$$

$$(\mu + 1)\alpha^2\gamma \geqslant 2 + \alpha\gamma - 2\alpha. \tag{7}$$

Cel mai adesea relația (7) poate fi aproximată cu

$$\mu \alpha^2 \gamma \geqslant 2. \tag{8}$$

Satisfacerea relației (8) înlătură pericolul multiplicării frecvenței de atac chiar în cazul unui impuls treaptă $(T = \infty)$.

Verificările experimentale făcute asupra unui montaj în care a fost utilizat tubul 6T6 au confirmat valabilitatea relației (8).

În utilizările practice α variază aproximativ între 0,2—0,5. Acest lucru atrage după sine o valoare destul de mare necesară pentru E_{01}, ceea ce implică introducerea unei polarizări fixe pe grila primului tub în cazul acționării montajului cu impulsuri de amplitudine relativ scăzută. În ceea ce privește restul condițiilor de proiectare (alegerea tubului, a valorilor componentelor etc.) ele sînt în funcție de destinația montajului și nu constituie preocuparea prezentei note.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Sanin, *Radiotehniceskie metodi issledovania izlucenii*. Gostehizdat, Moscova, 1951.
2. B. Chance a. v. Hughes, *Waveforms*. Grawe-Hill Book Company, New York, 1949.
3. A. M. Bonci-Bruevici, *Primenenie electronnih lamp v experimentalnoi fizike*. Gosudarstvennoe Izdatelstvo Tehniko-Teoreticeskoi Literaturî, Moscova, 1955.

DIN ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ ATOMICĂ

ŞEDINŢE DE COMUNICĂRI ŞI REFERATE

2 APRILIE 1956

C. Potoceanu, *Influenţa soarelui asupra radiaţiei cosmice.*
A. Săndulescu, *Stări legate a două corpuri.*

12 APRILIE 1956

C. Grigorescu, *Teoria cromatografiei.*

19 APRILIE 1956

G. Buznea, *Teoria spectrografului de mase tip Mattauch.*

28 APRILIE 1956

N. Cristu, *Difracţia neutronilor.*

30 APRILIE 1956

O. Constantinescu, *Aspectul chimic al fisiunii nucleare.*

7 MAI 1956

I. Brînduş, *Metode de calcul a secţiunii eficace la difuzia de nucleoni.*

11 MAI 1956

G. Musa, *Manometre de vid înaintat.*

15 MAI 1956

G. Ciobanu, *Raze de fluorescenţă.*
M. Mihalcu, *Electrochimia radioelementelor.*

21 MAI 1956

A. Săndulescu, *Ciocnirile a două corpuri la energii mici*

22 MAI 1956

D. Topor, *Cromatografia cu schimb de ioni la actinide.*
E. Friedländer, *Generare multiplă de mezoni în ciocniri mezon-nucleon.*
M. Drăgănescu, *O nouă schemă echivalentă pentru diodă, la frecvențe coborîte.*
T. Născuțiu, *O metodă precisă de dozare gravimetrică a uraniului.*

23 MAI 1956

N. Vasilescu-Karpen, *Pile electrice împrumutîndu-și energia din căldura mediului ambiant și conducînd în permanență un micromotor.*
D. Bally, N. Croitoru și St. Teodorescu, *Studiul la microscopul electronic a aliajelor Cu-Fe-Ni.*
V. Toma, *Calculatorul electronic al I.F.A.*

25 MAI 1956

E. Iliescu, *Măsurători de fluxuri de neutroni.*
G. Semenescu, *Studiul actual în problemele surselor de ioni de înaltă frecvență.*

28 MAI 1956

M. Cristu, *Monocromatori pentru neutroni.*

31 MAI 1956

I. Găinar, *Excitația chimică datorită reacțiilor nucleare. Efectul Szillard-Chalmers.*

11 IUNIE 1956

I. Brînduș, *Difuzia de neucloni pe neucloni la energii mari. Starea actuală a teoriei fenomenologice.*

15 IUNIE 1956

E. Toma, *Proprietățile optice ale metalelor.*
G. Mușa, *Pompe de ionizare.*

25 IUNIE 1956

M. Micu, *Modelul păturilor nucleare.*

29 IUNIE 1956

M. Birnbaum, *Probleme electronice în acceleratori de tip Van de Graaf.*
E. Tarină, *Circuite electronice în fizica nucleară.*
St. Haltrich, *Generatori de impulsuri de mare putere de vîrf, cu aplicație la Betatron.*
I. Leibovici, *Transformatori de impuls de înaltă tensiune.*

ACAD. Ş. ŢIŢEICA, *Elemente de fizică statistică*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1956, 66 pag.

S-a luat iniţiativa ca unele din prelegerile din ciclul pentru ştiinţă şi tehnică ţinute la Casa Oamenilor de Ştiinţă, să fie strînse la un loc şi să apară sub formă de broşuri. Numărul 3 al acestor broşuri este intitulat *Elemente de fizică statistică* şi conţine prelegerile ţinute asupra acestei discipline la Casa Oamenilor de Ştiinţă, de către acad. prof. Şerban Ţiţeica.

Întotdeauna cursurile prof. Ş. Ţiţeica au fost frecventate de un numeros public extrastudenţesc format din fizicieni, ingineri, tehnicieni, care doreau să-şi ridice nivelul sau să-şi împrospăteze cunoştinţele. Prof. Ş. Ţiţeica a ţinut mai mulţi ani cursul de mecanică statistică la Universitatea „C. I. Parhon". Publicul extrastudenţesc a audiat acest curs cu un viu interes. Pentru uşurarea urmăririi lui a fost scos un curs litografiat de mecanică statistică şi studenţii în diferite rînduri au scos fragmente stenografiate pentru uz intern. Este însă pentru prima dată cînd noţiunile de bază de mecanică statistică, expuse de prof. Ş. Ţiţeica sînt puse la îndemîna unui public mai larg.

Deşi are numai 66 pagini, broşura conţine elementele de bază ale mecanicii statistice.

În primul capitol, după ce se arată că în studiul corpurilor macroscopice există două metode de studiu, dintre care mecanica statistică ţine seama de structura lor internă, se defineşte noţiunea de colectiv virtual sau colectiv de stări, al căror studiu constituie obiectul acestei discipline. Se introduc apoi noţiunile statistice fundamentale, cum ar fi probabilitate, variabilă aleatorie, valoare medie statistică şi pentru cazul distribuţiei continue, densitate de probabilitate.

În capitolul doi se defineşte noţiunea de fază a sistemului şi de spaţiu al fazelor şi se dau condiţiile, în care hamiltoniana sistemului este o integrală primă a mişcării. Se dă apoi o demonstraţie a teoremei lui Liouville, de unde rezultă că şi densitatea de probabilitate este o integrală primă a mişcării.

În capitolul trei se studiază stările de echilibru termodinamic. Printr-o analiză atentă, după ce se constată că densitatea de probabilitate, pentru aceste stări, trebuie să fie independentă de timp, se arată că faptele experimentale conduc la propoziţia că în aceste stări densitatea de probabilitate depinde de variabilele p şi q numai prin intermediul funcţiei hamiltoniene, nu şi prin intermediul celorlalte $2n - 2$ integrale prime ale sistemului, cu n grade de libertate. Se analizează apoi distribuţia microcanonică şi distribuţia canonică arătîndu-se legătura cu funcţiile termodinamice şi dînd şi cîteva exemple. Într-un paragraf special se analizează problema independenţei proprietăţilor macroscopice de alegerea unei sau altei distribuţii.

În sfîrşit, în ultimul capitol autorul după ce aminteşte existenţa unei contradicţii principiale între rezultatele mecanicii statistice clasice şi principiul al treilea al lui Nernst, arată restricţiile ce le impune teoria cuantică pentru fragmentarea la infinit a spaţiului fazelor şi deduce statisticile de care pot asculta sistemele de particule identice. În ultimul paragraf se dă ca exemplu gazul perfect în statistica cuantică.

Cam acesta este conţinutul broşurii *Elemente de fizică statistică*, a prof. Ş. Ţiţeica. Apariţia ei este de un mare folos pentru toţi cei ce au urmărit vreodată cursurile prof. Ş. Ţiţeica, sau pentru cei ce vor să înceapă studiul mecanicii statistice. Fără să complice în mod inutil aparatul matematic, precizînd noţiunile cele mai simple, dezvoltînd apoi logic, convingător, inducînd teoria din realitatea fizică, urmărind cu consecvenţă trasarea liniilor fundamentale ale mecanicii statistice, autorul a dat o expunere închegată a elementelor de bază ale acestei discipline.

Deşi lucrarea este adresată unui public larg, nivelul ştiinţific nu a fost neglijat. Dimpotrivă, autorul a ţinut să precizeze, să atragă atenţia asupra problemelor teoretice grele, cum ar fi problema ergodicităţii, a contradicţiei mecanicei statistice clasice cu principiul lui Nernst şi altele, chiar dacă spaţiul l-a silit să le lase nedezvoltate. Deşi mică, broşura conţine cîteva aplicaţii, care au mai mult rolul să introducă pe cititor în mecanismul aplicării teoriei la cazul concret.

Demonstraţiile sînt clare, uşor de urmărit, uneori au fost simplificate folosind argumente fizice. Trebuie subliniată fără îndoială, tratarea principială a problemelor, urmărirea atentă a condiţiilor, a ipotezelor, a discuţiei logice, insistarea asupra problemelor de semnificaţie fizică, cum ar fi problema semnificaţiei valorilor medii, problema fluctuaţiilor şi altele.

Calitatea tipăriturii este superioară, totuşi există cîteva greşeli de tipar, din fericire evidente, ca de exemplu semnul minus la egalitatea dintre (43) şi (44) la pagina 45, care trebuie omis.

Dintre obiecţii cred că ar fi şi lipsa unei prefeţe, ce ar fi fost urmărită cu interes. De asemenea, poate era nimerit, să existe un tabel cu indicaţii bibliografice, pentru cei ce vor să aprofundeze anumite chestiuni.

Sînt unele cărţi de o impecabilă tratare ştiinţifică a problemelor, dar greoaie ca stil. Lucrarea de faţă are, spre deosebire de acestea, calitatea că este neobişnuit de clară, cu un stil simplu, concis şi antrenant.

A. Corciovei

M. ONCESCU, *Mărimi şi unităţi în fizică*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1955, 367 pag.

Apariţia în Editura tehnică a primului volum al cărţii lui M. Oncescu *Mărimi şi unităţi în fizică* răspunde unei necesităţi imperioase. Sarcinile grele ce stau în faţa fizicienilor şi inginerilor din ţara noastră sînt în primul rînd de ordin practic, aplicativ. Existenţa în acelaşi timp a unor lipsuri în formaţia universitară a cîtorva dintre tinerii specialişti tehnicieni şi oameni de ştiinţă în special a tinerilor fizicieni, în ceea ce priveşte rezolvarea concretă a problemelor de construcţie, proiectare şi cercetare, se datoreşte, în parte, neglijării de către aceştia în timpul studenţiei a studierii sistematice a metodelor de măsură. Adeseori, această problemă este considerată minoră, prea elementară şi pe deasupra plicticoasă. Numai după ce, ieşit de pe băncile facultăţii, tînărul fizician se loveşte de probleme concrete de calcul a unor instalaţii, de interpretarea unor rezultate experimentale, el îşi dă seama de importanţa studierii atente a problemei mărimilor şi unităţilor deobicei însă el îşi completează cunoştinţele numai fragmentar, nesistematic şi numai cu strictul necesar pentru rezolvarea problemei speciale de care se ocupă. Cartea despre care este vorba dă posibilitatea studierii sistematice a mărimilor şi unităţilor, obţinerii în acest fel a unei priviri de ansamblu asupra lor şi în acelaşi timp prin schemele şi tabelele ce le conţine poate servi la o consultare *de moment*. În felul acesta lucrarea de faţă este de folos tuturor acelora care se preocupă de probleme tehnice, experimentale şi teoretice concrete.

Acest prim volum poate fi împărţit în două părţi mari:

I. Prima parte, intitulată poate prea modest *Introducere* are un caracter de programă. Aici se dau în primul rînd definiţii, ale unor noţiuni ce vor fi folosite în capitolele următoare, se definesc unele categorii (de ex. unităţi coerente şi necoerente) care vor fi şi ele concretizate mai tîrziu şi în sfîrşit se dau reţete, programe pentru construirea sistemelor de dimensiuni, a sistemelor de unităţi, criterii pentru alegerea unor unităţi sau a altora ş. a. m. d. Un exemplu edificator este regula pentru formarea unei unităţi derivate:

1. Se stabileşte ecuaţia dimensiunilor mărimii derivate din relaţia de definiţie sau din relaţia prin care se determină această mărime.

2. Se stabileşte *ecuaţia unităţii* înlocuind mărimile fundamentale din ecuaţia dimensiunilor cu unităţile fundamentale respective...

3. *Denumirea unităţii* se formează fie chiar cu ajutorul ecuaţiei fie direct din relaţia de definiţie a mărimii.

4. *Realizarea în concret* se obţine din relaţia de definiţie sau de determinare a mărimii respective astfel încît mărimea derivată a cărei unitate se caută să fie egală cu o unitate..

5. *Formula de transformare* se obţine din ecuaţia unităţii înlocuind unităţile fundamentale cu formulele lor de transformare. Acest tip de *programă* este bineînţeles exemplificat pe loc şi apoi îndeplinit pas cu pas în capitolele următoare.

Din această primă parte merită să fie scoase în evidenţă pentru utilitatea lor şi pentru claritatea cu care sînt expuse următoarele paragrafe:

§ 1.5 *Mărimi fundamentale şi mărimi derivate;*
§ 1.6. *Calculul cu mărimi şi calculul cu valori;*
§ 1.11. *Unităţi fundamentale şi unităţi derivate;*
§ 1.12. *Sisteme de unităţi.*

Capitolul *Introducere* se încheie cu un grup de *exerciţii şi probleme* foarte potrivite şi folositoare. Ar fi fost bine dacă şi capitolele următoare ar fi fost însoţite de astfel de probleme

care ajută mult celor ce încearcă să-şi însuşească în mod sistematic şi profund noţiunile cuprinse în aceste capitole.

II. În partea a doua se *realizează programa* din partea întîi studiindu-se mărimile şi unităţile din : geometrie, mecanică, gravitaţie, electricitate şi magnetism. În aceste capitole sînt tratate pe rînd cele mai importante sisteme de dimensiuni şi unităţi scoţîndu-se în evidenţă avantajele şi dezavantajele fiecăruia, dîndu-se definiţii clare, amintindu-se denumirile acceptate de conferinţele generale de măsuri şi greutăţi sau cele care deocamdată sînt numai propuse. Aşa cum e şi firesc aplicîndu-se aceeaşi programă la o serie de domenii apar anumite repetiţii care pot fi supărătoare numai dacă se citeşte toată cartea dintr-odată. Poate că aceste capitole ar fi putut fi făcute mai scurte în genul § 4. 15 *Dimensiunile* LTMI *şi unităţile* MKSA *ale mărimilor electrice şi magnetice* tratîndu-se mai pe larg numai o singură aplicaţie a *programei*, ca exemplu. În felul acesta lucrarea ar fi fost şi mai potrivită pentru o consultare *de moment* ceva mai amplă, care nu se limitează la consultarea tabelelor. Cu toate acestea vreau să subliniez că extensiunile largi cum ar fi spre exemplu § 3. 8 intitulat *Timpul şi unităţile sale speciale* sînt cît se poate de instructive şi interesante. În această direcţie trebuie scoase în evidenţă şi paragrafele în care se descriu condiţiile ce trebuie să le satisfacă etaloanele de timp, lungime, masă etc. şi realizarea concretă a acestora (§ 1.13, 2.2, 3.4 ..).

La fiecare capitol sînt amintite unităţile necoerente, atît cele tolerate cît şi cele speciale şi legăturile lor cu unităţile coerente.

Primul volum se încheie cu un capitol ce tratează *Raţionalizarea în electricitate şi magnetism* în amănunţime şi într-un mod cît se poate de clar.

Anexa I cuprinde 36 de tabele în care sînt cuprinse dimensiuni şi unităţi ale diverselor mărimi, corespondenţele între unităţi, date în legătură cu timpul legal pe glob, date calendaristice...

Anexa II cuprinde hotărîrea conferinţei a zecea a Comitetului Internaţional de Măsuri şi Greutăţi din octombrie 1954 de la Sèvres.

Anexa III cuprinde constante fizice generale.

Anexa IV cuprinde unităţi în afara sistemului metric întrebuinţate în literatură.

O parte foarte pozitivă a cărţii constă în aceea că sînt prezentate toate punctele de vedere mai importante într-o anumită problemă susţinute cu argumentele respective, că se accentuează care din ele sînt cele legiferate şi în acelaşi timp se desprinde cu claritate punctul de vedere al autorului. Cititorul îşi poate face o părere proprie pe baza materialului expus.

George Comşa

EMIL PETRAŞCU, *Tuburi electronice şi funcţiunile lor.* Ed. tehnică, Bucureşti, 1956, 638 pag.

În acest prim volum al manualului *Tuburi electronice şi funcţiunile lor în radiotelegrafie şi radiofonie*, autorul descrie o bună parte din tuburile electronice precum şi cîteva din circuitele în care sînt utilizate.

Astfel, în capitolul I este prezentată dioda, caracteristicile ei sînt deduse teoretic şi apoi comparate cu cele experimentale. Tot în acest capitol se dau legile de mişcare a electronilor în metale şi vid.

În capitolul II se studiază una din funcţiunile diodei şi anume, redresarea. Metodele aproximative de calcul ale performanţelor montajelor clasice de redresare sînt expuse aici pe larg. Tot aici se fac calcule în legătură cu bilanţul puterilor în cazul redresării (aceste calcule sînt făcute pe considerente analitice). În paragraful în care se face o clasificare a redresorilor de curent şi de tensiune, sînt date şi unele observaţii în legătură cu condiţiile în care funcţionează tuburile redresoare. Se dau relaţii pentru calculul diferitelor elemente ale schemelor de redresare. Redresorii trifazici sînt prezenţi prin descrierea unor scheme de acest tip. Ca o ultimă preocupare a acestui capitol o formează studiul matematic al filtrajului redresorilor. Expunerea este însoţită de un tablou sinoptic care prezintă diferite scheme de redresare. Nu este tratată aici, în mod explicit, problema regimului tranzitorial al redresorilor.

Urmează un capitol vast (III) dedicat tubului triodă. După ce se explică funcţionarea acestui tub, sînt date caracteristicile lui statice pentru diferite situaţii şi i se definesc parametrii. Aceştia din urmă sînt deduşi teoretic în funcţie de geometria electrozilor. În funcţie de parametri se scriu apoi relaţii între curenţi şi tensiuni. Sînt expuse metode de construcţie a caracteristicilor dinamice pentru diferite tipuri de sarcini. Este studiată problema repartiţiei

curentului spaţial între electrozi. Un număr însemnat de pagini este dedicat emisiei secundare şi a efectelor pe care le are asupra funcţionării triodei. Paragrafele finale cuprind descrierea construcţiei triodei, împreună cu date de proiectare.

Capitolul IV tratează problema tuburilor cu mai mulţi electrozi şi a tuburilor multiple. Studiindu-se performanţele triodei se justifică necesitatea construirii tuburilor cu mai mulţi electrozi. Funcţionarea tubului bigrilă şi a tetrodei este descrisă pe larg, se dau aici o serie de relaţii pentru parametri şi pentru distribuţia curenţilor. La fel se procedează şi pentru tubul pentodă. Pentru tubul pentodă se studiază pe larg problema construirii caracteristicilor dinamice. Tot în acest capitol sînt inserate două paragrafe care tratează problema distorsiunilor de neliniaritate, în care se insistă asupra metodelor grafice de determinare a factorului de distorsiuni pe caracteristicile dinamice. În continuare sînt descrise tuburile : pentagrila, hexoda, heptoda şi octoda, împreună cu schemele de schimbători de frecvenţă (convertizori) pentru receptorii radio. Sînt date de asemenea anumite caracteristici ale acestor tuburi. În încheiere sînt prezentate tuburile multiple şi tubul cu pantă variabilă.

Tuburile cu gaz sînt descrise în capitolul V. O mare parte a acestui capitol este ocupată de descrierea fenomenelor ce au loc la descărcări electrice în gaze. Sînt descrise sumar, tuburile stabilizatoare cu neon şi a redresoarelor cu descărcare luminescentă. Sînt prezentate tuburile termionice şi fenomenele care au loc în timpul funcţionării lor ; aici sînt descrise tuburile gazotron şi tiratron. În paginile care urmează se reia problema redresorilor. De această dată se studiază, foarte amănunţit, funcţionarea redresorilor cu tuburi cu gaz.

Tuburile electronice cu generatoare de oscilaţii, este titlul capitolului V. Aici se studiază în amănunţime, din punct de vedere teoretic, funcţionarea oscilatorilor cu tuburi. Relaţiile teoretice sînt însoţite de ample consideraţii fizice. Este de remarcat utilizarea metodei vectoriale de reprezentare a condiţiilor de oscilare. Sînt date metode şi relaţii pentru determinarea randamentului oscilatorilor. Apoi se consideră cazul mai apropiat de realitate cînd în schemele de oscilatori sînt considerate şi elementele parazite. Aceste paragrafe sînt însoţite de scheme de oscilatori de diferite tipuri. Teoria oscilatorilor este reluată plecîndu-se de la conceptul de reacţie şi de rezistenţă negativă. Urmează o serie de aplicaţii. Problema stabilizării oscilatorilor este tratată pe larg, studiindu-se pe rînd diferitele metode cunoscute : reparatori, stabilizarea tensiunilor de alimentare, limitatori, montaje speciale de mare stabilitate, stabilizatori cu cuarţ. O importantă parte a acestui capitol este dedicată studiului teoretic al oscilaţiilor în regim neliniar şi în special este arătată contribuţia şcoalei sovietice de teorie a oscilaţiilor.

Ultimul capitol este dedicat unei probleme speciale şi puţin cunoscute la noi : *tehnica generării frecvenţelor ultraînalte*. Într-un capitol mare autorul studiază pe larg obţinerea acestor frecvenţe cu diferite tuburi speciale. Tot aici sînt arătate cauzele pentru care tipurile obişnuite de tuburi şi similarele lor perfecţionate nu pot genera în bune condiţii, frecvenţe oricît de înalte. Sînt arătate modificările care au fost aduse tuburilor pentru a putea fi utilizate în această tehnică. Multe pagini sînt dedicate magnetronului, se explică funcţionarea lui şi se dă teoria lui amănunţită. Sînt descrise în continuare şi diferitele tipuri de magnetroane. Următorul tub descris este clistronul împreună cu modul lui de funcţionare. Este prezentat şi tubul cu undă progresivă. În includerea capitolului se descriu oscilatorii de frecvenţe ultra înalte cu cîmp de frînare şi li se dă o teorie corespunzătoare.

Acesta este pe scurt conţinutul extrem de variat al acestui volum. Asupra felului în care este prezentat materialul sînt de făcut următoarele observaţii :

— Ordinea materialului prezentat în manual este deosebită de cea din lucrările clasice care au acelaşi subiect. Acest lucru prezintă avantajul unei continuităţi în expunere, însă poate conduce şi la o împărţire nerecomandabilă, pentru un manual, a anumitor subiecte (un exemplu îl constitue redresorii care apar studiaţi în două capitole diferite în funcţie de tuburile care sînt utilizate). În plus metoda nu este consecvent aplicată în tot decursul expunerii (de exemplu după capitolul relativ la triodă nu urmează amplificatorii şi circuitele care pot fi construite cu acest tub). În mod artificial apar inserate şi paragrafele relative la distorsiuni în cadrul capitolului IV.

— Bibliografia dată de autor este anterioară anului 1950 (exceptînd traducerile) şi în marea ei majoritate este chiar mai veche de 1940. Acest lucru se resfrînge asupra conţinutului lucrării, în special acolo unde se dau descrieri de tuburi şi performanţe.

— Trebuie remarcat modul plăcut în care se face expunerea, fapt care face citirea mai uşoară. În plus se constată o preocupare permanentă a autorului de prezenţa fenomenelor cu toată amănunţimea.

— Expunerea este însoţită de tabele de tuburi, de tablouri sinoptice şi foarte multe exemple şi aplicaţii care fac ca materialul să fie mai util, mai uşor de înţeles şi de aprofundat.

Ca încheiere, trebuie spus că manualul este binevenit şi că din anumite puncte de vedere, el îndeplineşte goluri din literatura noastră de specialitate.

H. Toţea

M. NACHMAN, S. KLARSFELD, V. SERGIESCU şi CH. IUSIM, *Curs de fizică teoretică*. Facultatea de matematică şi fizică, Bucureşti, 1955, partea a II-a şi a III-a, 510 pag.

Partea a II-a a cursului *Teoria cîmpului electromagnetic* este scrisă de M. Nachman şi S. Klarsfeld.

Lucrarea se adresează studenţilor de la secţia fără frecvenţă a Facultăţii de matematică-fizică şi acest lucru explică volumul ei redus, compensat de altfel printr-un stil clar şi mai ales accesibil.

În capitolul I se expun noţiunile fundamentale de sarcină electrică, intensitate a cîmpului electric, potenţial, capacitate. Se precizează sistemul de unităţi MKSQ neraţionalizat în care se va lucra. E de menţionat modul îngrijit în care este expus potenţialul electrostatic.

S-a trecut însă poate prea rapid peste noţiunea de capacitate, elastanţele şi capacitanţele nefiind amintite.

În definirea fluxului cîmpului electric E nu ştim dacă tratarea cu ajutorul liniilor de forţă, deşi intuitivă, este indicată.

Capitolul II, conţinînd fenomenele electrostatice în medii dielectrice, se evidenţiază prin conciziunea paragrafelor 2 şi 3 privind ecuaţiile de trecere în cîmpul electrostatic, legile fundamentale şi problemele tipice ale electrostaticii. Forţele ponderomatoare electrostatice sînt tratate redus. S-au omis dimensiunile şi unităţile pentru mărimile **D** şi **P**.

Capitolul III *Legile curentului electric staţionar*, bine tratat cu precizările necesare asupra forţelor electromotoare imprimate, conţine un interesant paragraf despre sarcinile care produc cîmpul electric staţionar.

Sînt expuse legea lui Ohm sub diferitele ei forme şi ecuaţiile lui Kirchkoff.

Capitolul IV tratează despre cîmpul magnetic al curenţilor staţionari în vid ; în el se fac primele analogii între mărimile cîmpului magnetic şi ale cîmpului electric cu precizarea deosebirilor caracteristice. După ce se introduc noţiunile de moment magnetic al unui circuit de probă şi inducţia magnetică, capitolul tratează despre potenţialul scalar magnetic şi teorema lui Ampère.

La calculul cîmpului magnetic al curenţilor este de menţionat că legea Biot şi Savart se scoate din interpretarea elementului diferenţial de sub integrala care ne dă inducţia magnetică **B**. Se evită astfel postularea legii sub forma care dă cîmpul unui element diferenţial de curent, lipsită de sens fizic.

Capitolul se încheie cu teorema fluxului magnetic şi introducerea potenţialului vectorial al cîmpului magnetic staţionar.

Capitolul V începe cu introducerea noţiunii de magnetizare **M**, calculul potenţialelor scalar şi vectorial datorite magnetizării mediului din care se scoate apoi expresia densităţii curenţilor de magnetizare. Se expun apoi ecuaţiile diferenţiale ale cîmpului magnetic în medii materiale ; cu ocazia definirii lui **H** se spune în mod sugestiv că vectorii **E** şi **B** resimt influenţa mediului, iar vectorii **D** şi **H** descriu starea pură a cîmpului în vid. După clasificarea mediilor magnetice şi după stabilirea ecuaţiilor de trecere în cîmpul magnetic, un paragraf special tratează despre *Circuitele magnetice* importante în tehnică. În paragraful *Energia şi acţiunile ponderomotoare în cîmpul magnetic* plecînd de la energia unui dipol magnetic într-un cîmp exterior, se ajunge la energia potenţială a unei foiţe magnetice asociate unui curent cvasiliniar, se demonstrează teorema lui Laplace şi se calculează forţele de interacţie între doi curenţi cvasiliniari, arătîndu-se că verifică principiul acţiunii şi reacţiunii. Mai departe se vorbeşte de „energia" de interacţie a curenţilor introducîndu-se coeficienţii de inducţie mutuală şi de autoinducţie („energia" este pusă în ghilimele pentru că la calculul ei nu s-a ţinut seama de fenomenele de inducţie ce au loc în circuitele ce se deplasează obţinîndu-se energia unei foiţe magnetice şi nu energia potenţială propriu-zisă a circuitului).

Capitolul se încheie cu rezumarea legilor fundamentale ale cîmpului magnetic staţionar, cu trasarea unui paralelism între aceste legi şi cele ale cîmpului electrostatic şi cu o bună expunere a cîmpului magnetic al magneţilor permanenţi.

În capitolul VI se expune legea inducţiei electromagnetice, se caracterizează regimul cvasistaţionar şi se enunţă legile lui, se tratează fenomenele de inducţie mutuală şi de autoinducţie şi se arată destul de pe larg producerea oscilaţiilor electrice, curentul alternativ cu caracteristicile sale. Ultimul paragraf al capitolului conţine calculul energiei cîmpului magnetic : se calculează energia de interacţie a două circuite (fără ghilimele de data asta) şi se exprimă energia magnetică, analog cu cazul energiei electrostatice, în funcţie de mărimile de cîmp.

Capitolul VII este cel mai important capitol al părţii a II-a. Se generalizează legea lui Ampère, lucru asupra necesităţii căruia se atrăsese atenţia la vreme, se introduce noţiunea de curent de deplasare şi se insistă asupra semnificaţiei lui fizice.

Se discută sistemul ecuațiilor lui Maxwell, precizîndu-se pentru ecuațiile de evoluție și de condiție caracterul respectiv; se arată valabilitatea pentru cazul cîmpului electromagnetic variabil a ecuațiilor de trecere deduse anterior. Se atrage atenția asupra caracterului postulant al sistemului lui Maxwell și pentru demonstrarea unicității soluției se dă indicația bibliografică. În continuare se discută teorema energiei, se introduce vectorul Poyinting-Umov și se tratează două exemple; este de remarcat schema circulației energiei în circuitul unei pile galvanice. Ar fi fost poate indicată o mai strînsă asociere a postulatului formulei energiei cu sistemul ecuațiilor lui Maxwell. În paragraful rezervat potențialelor electrodinamice, după ce se precizează caracterul lor auxiliar — lipsit de semnificație fizică directă — se demonstrează invarianța de etalonare care face posibilă alegerea condiției Lorentz pentru potențiale. Se obțin astfel ecuații de tip d'Alembert, se arată integrarea lor și din forma soluțiilor se scoate infirmarea teoriei acțiunii la distanță. Capitolul se încheie cu tratarea completă a problemei dipolului oscilant, cu propagarea undelor electromagnetice plane în medii dielectrice și conductoare — omogene și izotrope — cu reflecția și refracția lor la suprafața a două medii dielectrice. Sînt făcute observațiile necesare cu privire la faptul că teoria lui Maxwell nu explică dispersia sau opacitatea unor dielectrici și că deci este necesară o teorie care să țină seama de structura atomică a corpurilor materiale. Nu se insistă însă suficient asupra intensității dintre undele luminoase și cele electro-magnetice.

În capitolul VIII conținînd noțiuni elementare de teoria electronilor, se arată cum descoperirea existenței sarcinii negative elementare l-a condus pe H. A. Lorentz la teoria electronilor. Se introduc densitatea atomică de sarcină și densitatea atomică de curent și se stabilește legătura dintre ele, inexistentă între ρ și i în teoria macroscopică. Pornind de la faptul că electrodinamica macroscopică este o electrodinamică a vidului, se expune sistemul de ecuații Maxwell - Lorentz și se arată domeniul utilității lui. Capitolul se încheie cu o scurtă introducere în calculul mărimilor de material cu care ocazie se demonstrează legea lui Ohm sub forma diferențială. Menționăm că, deși într-un număr mic de pagini, bazele fizice ale teoriei electronilor ni se par foarte bine expuse. În una din cele două anexe de la sfîrșit, este dată o discuție generală a sistemelor de unități folosite în electricitate.

În linii mari, autorii au reușit să dea o lucrare folositoare atît prin limpezimea ei cît și prin legătura permanentă cu realitatea fizicii experimentale.

Partea a III-a (capitolul I este scris de V. Sergiescu, iar al II-lea și al III-lea de Ch. Iussim).

În capitolul I — *Termodinamica* — autorul presupune cunoscute cititorului, din cursul de fizică experimentală, atît noțiunile fundamentale de temperatură și energie internă, lucru mecanic și cantitate de căldură, cît și metodele de calcul ale aplicațiilor termodinamicii. Expunerea va conține deci partea principală a termodinamicii cu scopul de a fi folosită în tratarea ulterioară a fizicii statistice.

După ce reamintește noțiunile de transformări închise și deschise, reversibile și ireversibile, autorul expune principiul I al termodinamicii din care deduce imposibilitatea unui perpetuum mobile de specia întîi precum și ca exemplificare, conservarea energiei interne și a entalpiei în cazul fluidelor pentru transformări adiabatice izocore respectiv izobare. Principiul al II-lea este expus în formă abstractă: se definește entalpia și se arată importanța ei în ceea ce privește sensul transformărilor din natură.

Se demonstrează apoi imposibilitatea unui perpetuum mobile de specia a doua și formula randamentului pentru un ciclu Carnot. Cu deosebită grijă a scris paragraful referitor la condițiile de echilibru în care se expune metoda „echilibrului împiedicat" și se fac aplicații. Ultimele două paragrafe tratează despre funcțiunile caracteristice ale unui sistem și principiul al III-lea al termodinamicii.

Întregul capitol, pe cît de scurt (12 pagini) pe atît de cuprinzător merită mențiune specială pentru ingeniozitatea și claritatea definițiilor, pentru stilul îngrijit al expunerii.

Capitolul II, conținînd mecanica statistică, începe cu expunerea obiectului și a metodei mecanicii statistice, continuă cu noțiuni de calculul probabilităților și cu expunerea bazelor mecanicii statistice, după care se demonstrează legea de distribuție canonică a stărilor unui sistem. După două aplicații ale acestei legi, privind distribuția maxwelliană de viteze și calculul cinetic al presiunii, se arată semnificația termodinamică a integralei statistice fundamentale și se aplică în cazul unui gaz perfect. Asupra fondului restrîns al capitolului nu facem nicio obiecție el fiind cerut de scopul lucrării. Am avea însă de reproșat autorului stilul expunerii, uneori lipsit de concizie alteori de sistematizare. Pentru teoremele de adunare și de înmulțire a probabilităților puteau fi date demonstrații generale. La începutul paragrafului dedicat semnificației termodinamice a integralei statistice fundamentale, se afirmă intenția demonstrării principiului I al termodinamicii, cînd de fapt acesta servește ca auxiliar la demonstrarea în

cadrul mecanicii statistice a principiului al II-lea. Paragrafele care conţin aplicaţii sînt destul de bine tratate.

Capitolul III cuprinde mecanica ondulatorie.

După ce se arată că dualismul corpuşul-undă din optică l-a condus pe L. de Broglie la generalizarea lui în mecanică, se obţine ecuaţia lui Schrödinger pornind de la o undă de Broglie şi relaţia din mecanica clasică între energie şi impuls. Se face interpretarea statistică a funcţie de undă, se arată deosebirile ei faţă de o undă obişnuită, se tratează ecuaţia lui Schrödinger pentru stările staţionare unde — printr-un raţionament asupra curburei funcţiei de undă în cazul unidimensional — se obţine necesitatea discontinuităţii valorilor energiei.

Pentru a familiariza pe cititor cu problemele de funcţiuni şi valori proprii, se expune cazul clasic al coardei vibrante. Sînt date apoi cîteva explicaţii importante ale ecuaţiei lui Schrödinger : o particulă în groapă de potenţial cu pereţi infiniţi, trecerea particulelor prin bariere de potenţial, oscilatorul liniar armonic şi atomul de H.

În sfîrşit, se expun calculul valorilor medii şi relaţiile de nedeterminare.

Capitolul este în general bine expus (am fi dorit ca şi capitolul II să fie expus la acelaşi nivel) şi dacă el poate apărea greoi aceasta se datoreşte în cea mai mare măsură fondului problemelor combinat cu numărul redus de pagini. Exemplele reuşesc să familiarizeze pe cititor cu metodele de calcul ale mecanicii ondulatorii.

Leon Grigorescu

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul VII 1956

INDEX ALFABETIC

	Nr.	Pag.
AGÎRBICEANU I., Notă la : *Observaţii cu privire la lucrarea lui I. Agîrbiceanu şi colaboratori*	2	325
AVRAMESCU A. şi WEINREB J., Noi contribuţii la problema calculului temperaturii în blocuri de beton	2	259
BOGDAN D. şi IUSIM CH., Emisia radiaţiei γ în modelul păturilor nucleare	4	541
CIORĂSCU F., DEVENY A., NACHMAN M. şi ONCESCU M., Variaţia rezistivităţii cu grosimea la pături subţiri de plumb	1	25
CORCIOVEI ARETIN, O aproximaţie superioară în studiul feromagnetismului unui monodomeniu	1	73
EFTIMIU C., Corecţii radiative la efectul Compton	3	457
FELEA I. şi BIRNBAUM M., Asupra unui amplificator de bandă largă cu reacţie negativă de tensiune	3	429
IONESCU-PALLAS N. J., Compunerea neaditivă a volumelor într-un amestec nereactiv	2	285
IONESCU-PALLAS N. J., Proprietăţile asimptotice ale gazelor reale şi ecuaţia lor de stare	3	463
LĂBUŞCĂ E. şi IONESCU M., Studii asupra materialelor magneto-dielectrice de tip ferrit	2	307
LARISCH E. şi SHECHTMAN I., Asupra posibilităţii reacţiilor nucleare în lanţ cu elemente uşoare	4	531
LUCATU EM., Observaţii cu privire la lucrarea lui I. Agîrbiceanu şi colaboratori : *Contribuţii la problema extincţiei soluţiilor*	2	321
NOVACU VALER, Asupra teoriei clasice a electronului bazată pe electrodinamica neliniară	1	15
PAUKER VLAD, Asupra unei scheme de amplificator de impulsuri cu reacţie negativă	3	421
ROTHMAN H., Asupra controlului tensiunii de vapori la descărcările electrice în amestecuri de gaze şi vapori	4	579
RUCKENSTEIN E., Despre transportul de căldură în reactori	1	63
RUCKENSTEIN E., În legătură cu distilarea moleculară discontinuă	1	[67
SHECHTMAN I., Racheta electrică cu energie nucleară, ca navă de comunicaţie între orbite circulare	1	117
SHECHTMAN I. şi LARISCH E., În legătură cu utilizarea energiei termonucleare pentru propulsia rachetelor	2	291
SOCOLESCU M., BIŞIR D., POPOVICI D. şi VISARION M., Reducerile topografice ale deviaţiilor de verticală	1	37
SOCOLESCU M. şi BIŞIR D., Harta anomaliilor izostatice şi „în aer liber" pentru Oltenia şi Muntenia	2	277
SOCOLESCU M. şi BIŞIR D., Calculul reţelei staţiilor de pendul din R.P.R.	4	505
SOKOLOV A. A., Teoria electronului luminos	3	409
ŞTEFĂNESCU SABBA S., Asupra unor linii de cîmp magnetic definite prin transcendente elementare	4	519
TĂNĂSESCU T. şi PIRINGER R., Posibilitatea de funcţionare ca oscilatori a tuburilor „Tungar"	2	243
ŢIŢEICA ŞERBAN, O completare statistică a teoriei electronice clasice	1	7
WEINER R., Izomeria nucleară şi spectrele atomice (I)	4	567

ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ

BOGDAN DRAGOŞ, Metoda lui Feynman în electrodinamica cuantică	2	345
IUSIM CH., Principiul variaţional în teoria cîmpului	1	145
MAYER M. E., Metode variaţionale în teoria ciocnirilor	1	201

	Nr.	Pag.
ROTH A., Unele aspecte fizico-chimice ale sudurilor metal-sticlă	2	337
*** Conferința internațională pentru organizarea Institutului unificat de cercetări nucleare	3	491

NOTE

BALLY D., BÎRSAN I. și BERINDE A., Stilou dozimetru pentru raze X și γ	3	489
BALLY D. și BÎRSAN I., Camera universală de difracție	3	489
BIRNBAUM M., FELEA I., GOLEA I., KATZ E. și ȚARINA E., Sincroscop pentru studiul emisiei secundare a dielectricilor în regim de impulsuri	3	486
DAVIDESCU Y., Dispozitiv de precizie pentru măsurarea presiunii osmotice	3	485
DRAGOMIRESCU D. și VOLJIN V., Perfecționări la spectrograful de raze X de tip Cauchois	2	327
DRAGOMIRESCU D., BÎRSAN I. și NEAGU D., Robinet pentru vid înaintat	2	331
DRAGOMIRESCU D. NEAGU D. și BÎRSAN I., Camera cu ceață cu funcționare continuă	3	488
DRAGOMIRESCU D., NEAGU D. și VOLJIN V., Dispozitiv electronic pentru comanda automată a camerei Wilson	3	489
DRAGOMIRESCU D. și NEAGU D., Manometru cu magnet permanent, pentru vid înalt	3	489
IUSIM CH., Valorile anumitor integrale cu produse de două polinoame hipergeometrice degenerate	4	585
MUNTEANU A. și BALEA C., Cu privire la construirea și funcționarea unui nou tip de actinometru	3	490
NICOLAE M. și GRÜNBERG F., Influența vaporilor de mercur asupra regresiei imaginii latente la emulsii fotografice groase	1	223
NICOLAE MARIETA., Acțiunea vaporilor de Hg asupra emulsiilor nucleare	3	479
SCHNEIER T., Realizarea benzii de magnetofon cu mijloace locale	3	488
SCHNEIER T., Studii asupra feritelor de bariu pentru obținerea magneților permanenți	3	490
SEGAL A., Punte rezistivă pentru calculul traiectoriilor	2	333
SEGAL A., Asupra proiectării multivibratorului lui Schmidt	4	588

ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ

Activitatea Institutului de fizică	1	225
Activitatea Institutului de fizică	2	397
Activitatea Institutului de fizică	3	493
Activitatea Institutului de fizică atomică	4	591

RECENZII

IVANENKO D. și SOKOLOV A., *Teoria clasică a cîmpului*, de *A. Corciovei*	3	497
KORSUNSKI M. I., *Izomeria atomnih iader* (Izomeria nucleelor atomice), de *Dragoș Bogdan*	1	227
NACHMAN M., KLARSFELD S., SERGIESCU V. și IUSIM CH. *Curs de fizică teoretică* (partea a II-a și a III-a), de *L. Grigorescu*	4	597
NOVACU V., *Introducere în electrodinamică*, de *C. Eftimiu*	2	399
ONCESCU M., *Mărimi și unități în fizică* (vol. I), de *G. Comșa*	4	594
PETRAȘCU E., *Tuburi electronice și funcțiunile lor* (vol. I), de *H. Toțea*	4	595
ROTH A., *Tehnica vidului și a aparatelor electrice cu vid*, de *N. Croitoru*	3	496
TĂNĂSESCU TUDOR, *Manual de tuburi și circuite electronice*, de *Cr. Vazaca*	3	495
TIȚEICA ȘERBAN, *Elemente de fizică statistică*, de *A. Corciovei*	4	593
*** *Aplicațiile paşnice ale energiei atomice*, de *D. Bally*	1	229

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том VII 1956

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

	№	Стр.
АВРАМЕСКУ А. и ВЕЙНРЕБ Т., Новые данные по вопросу расчета температуры в бетонных блоках	2	259
АГЫРБИЧАНУ И., По поводу статьи Э. Лукату. О статье И. Агырбичану и сотрудников „К вопросу об экстинкции растворов“	2	325
БОГДАН Д. и ИУСИМ К., „γ“ излучение в модели ядерных оболочек	4	541
ВАЙНЕР Р., Ядерная изомерия и атомные спектры. I	4	567
ЕФТИМИУ К., Радиационные поправки к эффекту Комптона	3	459
ИОНЕСКУ-ПАЛЛАС Н. Ж., Неаддитивный состав объемов в нереактивной смеси	2	285
ИОНЕСКУ-ПАЛЛАС Н. Ж., Асимптотические свойства реальных газов и их уравнение состояния	3	463
КОРЧОВЕЙ А., Об одном высшем приближении в теории ферромагнетизма монодомена	1	73
ЛАРИШ Е. и ШЕХТМАН И., О возможности цепных ядерных реакций с легкими элементами	4	531
ЛУКАТУ Э., О статье И. Агырбичану и сотрудников „К вопросу об экстинкции растворов“	2	321
ЛЕБУШКЭ Е. и ИОНЕСКУ М., Экспериментальное исследование магнитно-диэлектрических материалов типа ферритов	2	307
НОВАКУ В., О классической теории электрона на основе нелинейной электродинамики	1	15
ПАУКЕР В., Об одной схеме импульсного усилителя с обратной связью	3	421
РОТМАН Х., О контроле давления паров при электрических разрядах в смесях газов и паров	4	579
РЮКЕНШТЕЙН Е., О передаче тепла в реакторах	1	63
РЮКЕНШТЕЙН Е., К вопросу о прерывистой молекулярной дистилляции	1	67
СОКОЛЕСКУ М., БИШИР Д., ПОПОВИЧ Д. и ВИСАРИОН М., Топографические приведения отклонений от вертикали	1	37
СОКОЛЕСКУ М. и БИШИР Д., Карта изостатических аномалий и аномалий „в свободном воздухе“ в Малой и Большой Валахии	2	277

	№	Стр.
СОКОЛЕСКУ М. и БИШИР Д., Расчет сети маятниковых станций в Румынской Народной Республике	4	505
СОКОЛОВ А. А., Теория светового электрона	3	409
ТЭНЭСЕСКУ Т. и ПИРИНГЕР П., Возможность использования трубок „Тунгар" в качестве осциллятора	2	243
ФЕЛЯ И. и БИРНБАУМ М., Об одном видоусилителе с отрицательной обратной связью напряжения	3	429
ЦИЦЕЙКА Ш., Релятивистская поправка к классической статической механике	1	7
ЧОРЕСКУ Ф., ДЕВЕНИ А., НАХМАН М. и ОНЧЕСКУ М., Изменение удельного сопротивления тонких пленок свинца в зависимости от их толщины	1	25
ШЕХТМАН И., Электрическая ракета на ядерном топливе как корабль связи между круглыми орбитами	1	117
ШЕХТМАН И. и ЛАРИШ Е., К вопросу использования теплоядерной энергии для приведения в движение ракет	2	291
ШТЭФЭНЕСКУ С. С., О некоторых линиях магнитного поля, определяемых элементарными трансцендентными величинами	4	519

ДИСКУССИИ И ОБСУЖДЕНИЯ ПО ФИЗИКЕ

БОГДАН Д., Метод Фейнмана в квантовой электродинамике	2	345
ИУСИМ К., Вариационный принцип в теории поля	1	145
МАЙЕР М., Вариационные методы в теории ошибок	1	201
РОТ А., Физико-химические свойства спаек металлов со стеклом	2	337
* * * Международная конференция по организации Объединенного Института ядерных исследований	3	491

ЗАМЕТКИ

БАЛЛИ Д., БЫРСАН И. и БЕРИНДЕ А., Дозатор лучей X и У	3	489
БАЛЛИ Д. и БЫРСАН И., Универсальная дифракционная камера	3	489
БИРНБАУМ М., ФЕЛЯ И., ГОЛЯ И., КАЦ Е. и ТАРИНА Е., Синхроноскоп для исследования вторичного испускания диэлектриков в режиме импульсов	3	486
ДАВИДЕСКУ И., Точный прибор для измерения осмотического давления	3	485
ДРАГОМИРЕСКУ Д. и ВОЛЖИН В., Усовершенствования спектрографа лучей X типа Кошуа	2	327
ДРАГОМИРЕСКУ Д., БЫРСАН И. и НЯГУ Д., Кран для высокого вакуума	2	331
ДРАГОМИРЕСКУ Д., НЯГУ Д. и БЫРСАН И., Туманная камера непрерывного действия	3	488
ДРАГОМИРЕСКУ Д., НЯГУ Д. и ВОЛЖИН В., Электронный прибор для автоматического управления камерой Вильсона	3	489
ДРАГОМИРЕСКУ Д. и НЯГУ И., Манометр с постоянным магнитом для высокого вакуума	3	489
ИУСИМ К., Значения некоторых интегралов с произведениями из двух выродившихся гипергеометрических полиномов	4	585
МУНТЯНУ А. и БАЛЯ О., О постройке и действии нового типа актинометра	3	490

	№	Стр.
НИКОЛАЕ М. и ГРЮМБЕРГ Ф., Влияние ртутных паров на регрессию латентного изображения в толстослойных фотографических эмульсиях	1	223
НИКОЛАЕ М., Действие ртутных паров на ядерные эмульсии	3	479
СЕГАЛ А., Мостик сопротивления для расчета траекторий	2	333
СЕГАЛ А., О проектировании мультивибратора Шмидта	4	588
ШНЕЙЕР Т., Изготовление магнетофонной ленты местными средствами	3	488
ШНЕЙЕР Т., Исследование бариевых ферритов в целях получения постоянных магнитов	3	490

В ИНСТИТУТЕ ФИЗИКИ

Деятельность Института физики	1	225
Деятельность Института физики	2	397
Деятельность Института физики	3	493
Деятельность Института атомной физики	4	591

РЕЦЕНЗИИ

БАЛЛИ Д., Мирные применения атомной энергии	1	229
БОГДАН Д., *Корсунский М.И.*, Изомерия атомных ядер	1	227
ВАЗАКА Г., *Тэнэсеску Т.*, Руководство по электронным трубкам и цепям (т. 1)	3	495
ГРИГОРЕСКУ Л., *Нахман М., Кларсфельд С., Серджеску В. и Иусим К.*, Курс теоретической физики (часть II и III)	4	597
ЕФТИМИУ К., *Новаку В.*, Введение в электродинамику	2	399
КОМША Г., *Онческу М.*, Величины и единицы в физике (т. 1)	4	594
КОРЧОВЕЙ А., *Иваненко Д. и Соколов А.*, Классическая теория поля	3	497
КОРЧОВЕЙ А., *Цицейка Ш.*, Введение в статическую механику	4	593
КРОИТОРУ Н., *Рот А.*, Техника вакуума и электрические аппараты с вакуумом	3	496
ТОЦЯ Х. и ПЭТРАШКУ Е., Электрические трубки и их функции (т. 1)	4	595

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome VII 1956

INDEX ALPHABÉTIQUE

	N°	Page
AGÎRBICEANU I., Note sur : *Observations en marge de l'étude de I. Agîrbiceanu et collaborateurs*	2	325
AVRAMESCU A. et WEINREB J., Nouvelle contribution au problème du calcul de la température dans les blocs de béton	2	259
BOGDAN D. and IUSIM CH., The γ Emission on the Basis of the Nuclear Shell-Model	4	541
CIORĂSCU F., DEVENY A., NACHMAN M. et ONCESCU M., Variation de la résistivité des couches minces de plomb avec l'épaisseur	1	25
CORCIOVEI ARETIN, A Superior Approximation in the Ferromagnetic Study of a Monodomain	1	73
EFTIMIU C., Radiative Corrections to the Compton Effect	3	457
FELEA I. et BIRNBAUM M., Sur un amplificateur de bande large à réaction négative de tension	3	429
IONESCU-PALLAS N. J., Composition non additive des volumes dans un mélange non réactif	2	285
IONESCU-PALLAS N. J., Les propriétés asymptotiques des gaz réels et leur équation d'état	3	463
LĂBUȘCĂ E. et IONESCU M., Recherches sur les matériaux magnéto-diélectriques du type ferrite	2	307
LARISCH E. and SHECHTMAN I., On the possibility of Nuclear Chain Reactions in Light Elements	4	531
LUCATU M., Observations en marge de l'étude de I. Agîrbiceanu et collaborateurs : *Contributions au problème de l'extinction des solutions*	2	321
NOVACU VALER, Sur la théorie classique de l'électron, basée sur une électrodynamique non linéaire	1	15
PAUKER VLAD, Sur un schéma d'amplificateur d'impulsions à réaction négative	3	421
ROTHMAN N., Sur le contrôle de la tension de la vapeur dans le cas des décharges électriques à travers des mélanges de gaz et de vapeurs	4	579
RUCKENSTEIN E., De la transmission de la chaleur dans les réacteurs	1	63
RUCKENSTEIN E., De la distillation moléculaire discontinue	1	67
SHECHTMAN I., An Electric Rocket Using Nuclear Energy for Transportation Purposes Between Circular Orbits	1	117
SHECHTMAN I. and LARISCH E., About the Possibility of Applying Thermonuclear Energy to Rocket Propulsion	2	291
SOCOLESCU M., BIȘIR D., POPOVICI D. et VISARION M., Les corrections topographiques des déviations de la verticale	1	37
SOCOLESCU M. et BIȘIR D., Carte des anomalies isostatiques et „en air libre" pour l'Olténie et la Valachie	2	277
SOCOLESCU M. et BIȘIR D., Calcul du réseau des stations de pendule de la République Populaire Roumaine	4	505
SOKOLOV A. A., Théorie de l'électron lumineux	3	409
ȘTEFĂNESCU SABBA S., Sur certaines lignes de champ magnétique définies par des transcendantes élémentaires	4	519
TĂNĂSESCU T. et PIRINGER R., Possibilité des tubes „TUNGAR" de fonctionner comme oscillateurs	2	243
TITEICA ȘERBAN, Un complément statistique de la théorie électronique classique	1	7
WEINER R., Nuclear Isomerism and Atomic Spectra (I)	4	567

	N°	Pag.
ACTUALITÉS ET DISCUSSIONS DE PHYSIQUE		
BOGDAN D., La méthode de Feynman en électrodynamique quantique	2	345
IUSIM CH., Le principe variationnel dans la théorie du champ	1	145
MAYER M. E., Méthodes variationnelles dans la théorie des chocs	1	201
ROTH A., Certains aspects physico-chimiques des soudures métal-verre	2	337
*** La conférence internationale pour l'organisation de l'Institut Unifié de Recherches Nucléaires	3	491
NOTES		
BALLY D., BÎRSAN I. et BERINDE A., Stylo dosimètre pour rayons X et γ	3	489
BALLY D. et BÎRSAN I., La chambre universelle de diffraction.	3	489
BIRNBAUM M., FELEA I., GOLEA I., KATZ E. et TARINA E., Synchroscope pour l'étude de l'émission secondaire des diélectriques en régime d'impulsions	3	486
DAVIDESCU Y., Dispositif de précision pour mesurer la pression osmotique	3	485
DRAGOMIRESCU D. et VOLJIN V., Perfectionnements apportés au spectrographe pour rayons X de type Couchois	2	327
DRAGOMIRESCU D., BÎRSAN I. et NEAGU D., Robinet pour le vide avancé	2	334
DRAGOMIRESCU D., NEAGU D. et BÎRSAN I., La chambre de brouillard à fonctionnement continu	3	488
DRAGOMIRESCU D., NEAGU D. et VOLJIN V., Dispositif électronique pour la commande automatique de la chambre Wilson	3	489
DRAGOMIRESCU D. et NEAGU I., Manomètre à aimant permanent pour le vide avancé	3	489
IUSIM CH., Les valeurs de certaines intégrales à produits de deux polynômes hypergéométriques dégénérés	4	585
MUNTEANU A. et BALEA C., Sur la construction et le fonctionnement d'un nouveau type d'actinomètre	3	490
NICOLAE M. et GRÜNBERG F., L'influence des vapeurs de mercure sur la régression de l'image latente, pour des émulsions photographiques épaisses	1	223
NICOLAE M., L'action des vapeurs de Hg sur les émulsions nucléaires	3	479
SCHNEIER T., La réalisation de la bande de magnétophone à l'aide des possibilités locales	3	488
SCHNEIER T., Étude sur les ferrites de baryum pour l'obtention des aimants permanents	3	490
SEGAL A., Pont résistif pour le calcul des trajectoires	2	333
SEGAL A., Sur le projet du multivibrateur de Schmidt	4	588
L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE		
L'activité de l'Institut de Physique	1	225
L'activité de l'Institut de Physique	2	397
L'activité de l'Institut de Physique	3	493
L'activité de l'Institut de Physique Atomique	4	591
COMPTES RENDUS		
IVANENKO D. et SOKOLOV A., *La théorie classique du champ*, par *A. Corciovei*	3	497
KORSOUNSKI M. I., *Izomeria atomnykh iadére*, (L'isomérie des noyaux atomiques), par *Dragoș Bogdan*	1	227
NACHMAN M., KLARSFELD S., SERGHIESCU V. et IUSIM CH., *Cours de Physique théorique* (II^{e} et III^{e} partie, par *L. Grigorescu*	4	597
NOVACU V., *Introduction à l'Electrodynamique*, par *C. Eftimiu*	2	399
ONCESCU M., *Grandeurs et unités en physique* (vol. I), par *G. Comșa*	4	594
PĂTRAȘCU E., *Les tubes électroniques et leurs fonctions* (vol. I), par *H. Toțea*	4	595
ROTH A., *La technique du vide et des appareils électriques à vide*, par *N. Croitoru*	3	496
TĂNĂSESCU T., *Manuel de tubes et circuits électroniques*, par *Gr. Vazaca*	3	495
TITEICA ȘERBAN, *Introduction à la Mécanique Statistique*, par *A. Corciovei*	4	593
*** *Les applications pacifiques de l'énergie atomique*, par *D. Bally*	1	229

ABONAMENTELE SE FAC LA OFICIILE POŞTALE,
PRIN FACTORII POŞTALI ŞI DIFUZORII VOLUNTARI
DIN ÎNTREPRINDERI ŞI INSTITUŢII

ÎNTREPRINDEREA
POLIGRAFICĂ nr. 8
BUCUREȘTI

C. 2129

Lei 5.—